

Задачі на знаходження площі прямокутника та обернені до них

Відразу ж після того як учні познайомилися з правилом обчислення площі прямокутника, вони починають розв'язувати прості текстові задачі на знаходження площі прямокутника за даними довжинами його сторін. Крім того, учні знайомляться з розв'язуванням задач, у яких вимагається знайти сторону прямокутника за відомими площею та довжиною іншої сторони.

Задача

Знайди площу і периметр прямокутника зі сторонами 2 см і 4 см.

Записуємо задачу коротко:

Дано:

Прямокутник;

$a = 2$ см;

$b = 4$ см.

Знайти: S .

- За коротким записом поясніть числа задачі. Що треба знайти в цій задачі?
- Як знайти площу прямокутника? Як знайти периметр прямокутника? Запишіть відповідні формули.
- Запишіть розв'язок задачі. Запишіть відповідь.

$S_{\text{прямокутника}} = a \cdot b$
$S_{\text{прямокутника}} = 2 \cdot 4 \text{ (см}^2\text{)}$
$S_{\text{прямокутника}} = 8 \text{ см}^2$

$P_{\text{прямокутника}} = (a + b) \cdot 2$
$P_{\text{прямокутника}} = (2 + 4) \cdot 2 \text{ (см)}$
$P_{\text{прямокутника}} = 12 \text{ см}$

Розглянемо задачу на знаходження сторони прямокутника за відомими площею та довжиною іншої сторони.

Задача

Площа прямокутника дорівнює 30 см^2 . Одна з його сторін дорівнює 6 см. Знайди другу сторону.

Перед розв'язанням задачі можна зробити схематичний малюнок.

Записуємо задачу коротко.

Дано:

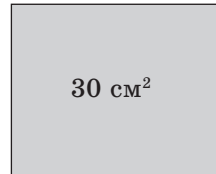
Прямокутник;

$S = 30 \text{ см}^2$;

$b = 6$ см.

Знайти: a .

- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Що треба знайти в цій задачі?
- Як пов'язані сторони прямокутника з площею?
- Запишіть формулу площі. $S = a \cdot b$
- Прочитайте цей приклад на множення з назвами компонентів.
- Який компонент невідомий? Як знайти невідомий множник?



6 см

- Що тут виступає в ролі добутку? У ролі іншого множника?
- Запишіть формулу $S : b = a$.
- Запишіть розв'язання задачі. Запишіть відповідь.

Цю задачу можна розв'язати в інший спосіб — способом складання рівняння. Записавши формулу площі прямокутника, учні підставляють відомі з умови значення, а невідому сторону залишають у вигляді букви. Маємо рівняння:

$$a \cdot 6 = 30;$$

$$a = 30 : 6;$$

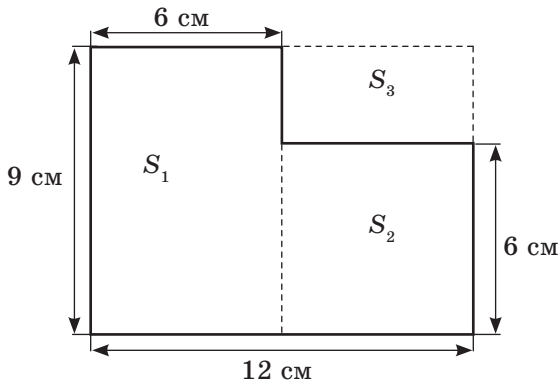
$$a = 5.$$

Відповідь: сторона прямокутника 5 см.

Дуже корисними є вправи на обчислення площі фігур, складених з декількох прямокутників.

Задача

Знайди площу фігури, наведеної на рисунку.



I спосіб

Розіб'ємо фігуру на прямокутники і обчислимо площу кожного прямокутника, а потім знайдемо їхню суму, тобто площу заданої фігури:

$$S_{\text{фігури}} = S_1 + S_2.$$

Знайдемо площу першого прямокутника, $a = 6$ см, $b = 9$ см:

$$S_1 = a \cdot b; S_1 = 6 \cdot 9 \text{ (см}^2\text{)}; S_1 = 54 \text{ см}^2.$$

Знайдемо площу другого прямокутника, $a = 12 - 6 = 6$ (см); $b = 6$ см:

$$S_2 = a \cdot b; S_2 = 6 \cdot 6 \text{ (см}^2\text{)}; S_2 = 36 \text{ см}^2.$$

Обчислимо площу фігури: $S_{\text{фігури}} = 54 + 36 = 90 \text{ (см}^2\text{)}$.

II спосіб

Доповнимо фігуру до більшого прямокутника:

$$S_{\text{фігури}} = S_{\text{великого прямокутника}} - S_3.$$

Знайдемо площу великого прямокутника, $a=12$ см; $b=9$ см:

$$S_{\text{великого прямокутника}} = a \cdot b; S_{\text{великого прямокутника}} = 12 \cdot 9 = 108 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Знайдемо площу маленького прямокутника, $a=12-6=6$ (см);
 $b=9-6=3$ (см):

$$S_3 = a \cdot b; S_3 = 6 \cdot 3 = 18 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Знайдемо площу фігури: $S_{\text{фігури}} = 108 - 18 = 90 \text{ (см}^2\text{)}.$

Відповідь: площа фігури $90 \text{ см}^2.$

У процесі розв'язування задач на обчислення площі та периметра прямокутників слід показати, що фігури, які мають однакові площі, можуть мати неоднакові периметри і навпаки. Наприклад, це легко спостерігати при заповненні таблиці такого вигляду.

Довжина	7 см	6 см	5 см	4 см
Ширина	1 см	2 см	3 см	4 см
Периметр	16 см	16 см	16 см	16 см
Площа	7 см ²	12 см ²	15 см ²	16 см ²

Учні креслять прямокутники вказаних у таблиці розмірів, обчислюють їхні площі і периметри та записують результати обчислень в таблицю. Легко помітити, що найбільшу площу при однакових периметрах мають прямокутники з рівними сторонами.

Розглянемо в цьому плані задачу.

Задача

Скільки квадратів зі стороною 6 см можна виготовити зі шматка дроту завдовжки 72 см?

Розв'язання

На практиці ми зустрічалися здебільшого з випадком, коли вчителі розв'язують цю задачу одним способом (першим).

1 спосіб

- 1) Скільки кусків дроту довжиною 6 см вийде з дроту довжиною 72 см?

$$72 : 6 = 12 \text{ (к.)}$$

- 2) Скільки квадратів зі стороною 6 см можна виготовити з цих кусків дроту?

$$12 : 4 = 3 \text{ (кв.)}$$

Відповідь: 3 квадрати.

Разом з учнями ми встановили раціональніший спосіб розв'язування цієї задачі.

II спосіб

- 1) Який периметр прямокутника?

$$6 \cdot 4 = 24 \text{ (см).}$$

- 2) Скільки квадратів зі стороною 6 см можна виготовити з дроту?

$$72 : 24 = 3 \text{ (кв.).}$$

Відповідь: 3 квадрати.

Діючи згідно з II способом розв'язування задачі, робітнику доведеться виконувати менше операцій — замість 12 точок зварювання він зробить тільки 3.

Розглянемо задачу.

Задача

Побудуй два різні прямокутники, але такі, щоб площа кожного дорівнювала 12 см^2 .

Ця задача на знаходження розмірів прямокутників з однаковою площею. За правильного підходу вчителя до розв'язування щоразу треба було відшукувати всі можливі розв'язки. Основною методичною задачею при цьому є зведення її розв'язання до більш простого випадку. У нашому прикладі до задачі: «Знайди числа a і b , добуток яких дорівнює 12» учні, знаючи таблицю множення і залежність між компонентами та результатом множення, самостійно знаходять множину пар таких чисел (табл. 1).

Таблиця 1

a	12	6	4	3	2	1
b	1	2	3	4	6	12
$a \cdot b$	12	12	12	12	12	12

Як показує практика, такі задачі вчителі пропонують школярам розв'язувати способом підбору. За вказівкою класовода учні знаходять пари чисел, що відповідають довжинам сторін прямокутника, добуток яких становить 12. Але в молодших школярів недостатньо розвинене абстрактне мислення. Тому вчителю необхідно враховувати цю особливість і, розглядаючи, зокрема, цю задачу, йти від конкретних уявлень та наявних знань, умінь і навичок учнів. Тут допоможе раніше вказаний прийом зведення задачі геометричного змісту до арифметичної: «Знайти такі два числа a і b , добуток яких дорівнює 12».

Працюючи з табл. 1, школярі називають всі розв'язки задачі: (12; 1), (6; 2), (4; 3). Корисно розглянути й питання про те, як змінюється периметр прямокутника, який має одну і ту саму

площу, на прикладі задачі: «Побудуй три прямокутники так, щоб площа кожного дорівнювала 16 см^2 , а периметр першого — 16 см , другого — 20 см , третього — 34 см ». Складність цього завдання полягає в тому, що учні повинні відтворити відомий їм спосіб відшукування прямокутників різних периметрів (16 см , 20 см і 34 см), але однакової площі (16 см^2). Полегшити розв’язування цієї задачі можна шляхом зведення до нової, простішої: «Знайти числа a і b , сума яких дорівнювала б $8, 10, 17$, а добуток — 16 ». Школярі пригадують способи відшукування таких прямокутників і заповнюють табл. 2–4.

Таблиця 2

a	7	6	5	4	3	2	1
b	1	2	3	4	5	6	7
$a+b$	8	8	8	8	8	8	8
$a \cdot b$	7	12	15	16	15	12	7

Таблиця 3

a	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a+b$	10	10	10	10	10	10	10	10	10
$a \cdot b$	9	16	21	24	25	24	21	16	9

Таблиця 4

a	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$a+b$	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
$a \cdot b$	16	30	42	52	60	66	70	72	72	70	66	60	52	42	30	16

За даними табл. 2, 3 учні доходять висновку, що найбільшу площу серед прямокутників з даним периметром має квадрат (у нашому випадку розміри прямокутника: довжина і ширина рівні — 4 м або 5 м , а таким прямокутником є квадрат).

Отже, розв’язуючи подібні задачі геометричного змісту на обчислення периметра і площі, учні переконуються в тому, що серед прямокутників з даним периметром найбільшу площу має квадрат.

Після виконання цілої низки таких задач учні дізнаються, що серед прямокутників з однаковою площею квадрат має найменший периметр. Цю властивість (а про це має повідомити

вчитель) широко використовують у житті, на виробництві. Так, при спорудженні будинків, вимірювання ділянок для городу, саду тощо часто вибирають такий прямокутник, щоб його периметр був найменшим при заданій площі.

Подібні задачі пропонуються для розв'язування в основному на етапах повторення, закріплення та систематизації знань, умінь і навичок. Не можна не помітити, що їх розв'язування сприяє розвитку в дітей спостережливості і кмітливості, вміння застосовувати не лише математичні знання, а й ті, яких учні набули протягом життя. Кожний учитель у змозі скласти подібні задачі відповідно до програми, враховуючи розвиток і досвід школярів та особливості навколишньої дійсності.

Крім того, учням пропонуються складені задачі, частинами яких є знаходження площі прямокутника:

- 1) задачі на знаходження площі прямокутника;
- 2) задачі на знаходження невідомих площі та периметра;
- 3) задачі на знаходження невідомої сторони.

На третьому етапі вивчення теми «Площа фігури» здійснюється *перенесення знань, умінь і навичок*, отриманих на другому етапі, *поширення уявлень* учнів про інші одиниці вимірювання площі. Складається таблиця одиниць площі та їх співвідношень.

$$\begin{matrix} \text{см} \\ \text{дм} \\ \text{м} \end{matrix} 1 = \begin{matrix} \text{мм} \\ \text{см} \\ \text{дм} \end{matrix} 10$$

$$\begin{matrix} \text{см}^2 \\ \text{дм}^2 \\ \text{м}^2 \end{matrix} 1 = \begin{matrix} \text{мм}^2 \\ \text{см}^2 \\ \text{дм}^2 \end{matrix} 100$$

$$\begin{matrix} \text{дм} \\ \text{м} \end{matrix} 1 = \begin{matrix} \text{мм} \\ \text{см} \end{matrix} 100$$

$$\begin{matrix} \text{дм}^2 \\ \text{м}^2 \end{matrix} 1 = \begin{matrix} \text{мм}^2 \\ \text{см}^2 \end{matrix} 10000$$

$$\begin{matrix} \text{м} \\ \text{км} \end{matrix} 1 = \begin{matrix} \text{мм} \\ \text{м} \end{matrix} 1000$$

$$\begin{matrix} \text{м}^2 \\ \text{км}^2 \end{matrix} 1 = \begin{matrix} \text{мм}^2 \\ \text{м}^2 \end{matrix} 100000$$

Довжина вимірюється в лінійних одиницях або в одиницях довжини: мм, см, дм, м, км.

Площа вимірюється у квадратних одиницях або в одиницях площі: мм², см², дм², м², км².

Після того як уведені різноманітні одиниці вимірювання площини і встановлені співвідношення між ними, необхідно постійно тренувати дітей в перетворенні одних одиниць вимірювання в інші. Засвоєння таблиць вимірювання величин — одне із завдань програми.

Якщо дітям важко запам'ятати таблицю співвідношень, можна застосувати міркування на основі співвідношень одиниць вимірювання довжини і правила площі квадрата.

Площа

- 1 мм² — площа квадрата, сторона якого 1 мм
1 см² — площа квадрата, сторона якого 1 см
1 см² = 10 мм · 10 мм = 100 мм²
1 дм² — площа квадрата, сторона якого 1 дм
1 дм² = 10 см · 10 см = 100 см²
1 дм² = 100 мм · 100 мм = 10 000 мм²
1 м² — площа квадрата, сторона якого 1 м
1 м² = 10 дм · 10 дм = 100 дм²
1 м² = 100 см · 100 см = 10 000 см²
1 м² = 1000 мм · 1000 мм = 1 000 000 мм²
1 ар (сотка) — площа квадрата, сторона якого 10 м
1 а = 10 м · 10 м = 100 м²
1 гектар — площа квадрата, сторона якого 100 м
1 га = 100 м · 100 м = 10 000 м²
1 га = 100 а
1 км² — площа квадрата, сторона якого 1 км
1 км² = 1000 м · 1000 м = 1 000 000 м²
1 км² = 1 000 000 м² = 10 000 а = 100 га

Текстові задачі на обчислення площі і периметра

Задача

Знайди периметр кожної з частин ділянки за планом.



- 1) Знайдемо периметр ділянки картоплі:
 $P = (a + b) \cdot 2$;
 $a = 20 - 6 = 14$ (м), $b = 8$ м;
 $P = (14 + 8) \cdot 2 = 44$ (м).
 - 2) Знайдемо периметр ділянки огірків:
 $a = 6$ м, $b = 6$ м; $P = a \cdot 4$; $P = 6 \cdot 4 = 24$ (м).
 - 3) Знайдемо периметр ділянки томатів:
 $a = 6$ м, $b = 8 - 6 = 2$ (м);
 $P = (6 + 2) \cdot 2 = 16$ (м).
- Відповідь: 44 м, 24 м, 16 м.

Задача

Територія України дорівнює $604\ 000\ \text{км}^2$, а територія Франції — $544\ 000\ \text{км}^2$. На скільки квадратних кілометрів територія України більша за територію Франції?

Розв'язання

$$604\ 000 - 544\ 000 = 60\ 000\ (\text{км}^2).$$

Відповідь: територія України більша за територію Франції на $60\ 000\ \text{км}^2$.

Задача

За планом ділянки обчисли площу, відведену під цибулю, моркву, редис.



- 1) Яку площу займає цибуля?

$$5 \cdot 6 = 30\ (\text{м}^2).$$

- 2) Яку площу займає морква?

$$10 \cdot 4 = 40\ (\text{м}^2).$$

- 3) Яку площу займає редис?

$$10 \cdot (6 - 4) = 10 \cdot 2 = 20\ (\text{м}^2).$$

Відповідь: $30\ \text{м}^2$, $40\ \text{м}^2$, $20\ \text{м}^2$.

Задача

Довжина шкільного коридору дорівнює 24 м, а ширина складає

$\frac{1}{6}$ його довжини. Знайди площу шкільного коридору.

Розв'язання

- 1) $24 : 6 = 4\ (\text{м})$ — ширина коридору;

- 2) $24 \cdot 4 = 96\ (\text{м}^2)$ — площа коридору.

Відповідь: площа шкільного коридору $96\ \text{м}^2$.

Задача

Довжина вулиці дорівнює 800 м, ширина — 15 м. Вулицю покрили асфальтом. На кожні $100\ \text{м}^2$ площі витрачали 3 т асфальту. Скільки тонн асфальту витратили?

Розв'язання

- 1) Знайдемо площу вулиці: $800 \cdot 15 = 12\ 000\ (\text{м}^2)$.

- 2) У скільки разів $12\ 000\ \text{м}^2$ більше, ніж $100\ \text{м}^2$:
 $12\ 000 : 100 = 120\ (\text{разів})$.

3) Скільки тонн асфальту витратили: $3 \cdot 120 = 360$ (т).

Відповідь: витратили 360 т асфальту.

Задача

Земельну ділянку прямокутної форми шириною 18 м і площею 576 м^2 треба огородити дротом у три ряди. Скільки потрібно дроту?

Розв'язання

1) Знайдемо довжину прямокутної ділянки:

$$S = a \cdot b; 576 = a \cdot 18; a = 576 : 18; a = 32 \text{ м.}$$

2) Знайдемо периметр прямокутної ділянки:

$$P = (a + b) \cdot 2; (32 + 18) \cdot 2 = 100 \text{ (м).}$$

3) Скільки метрів дроту потрібно?

$$100 \cdot 3 = 300 \text{ (м).}$$

Відповідь: потрібно 300 м дроту.