

ЗАДАЧІ НА ЗБІЛЬШЕННЯ АБО ЗМЕНШЕННЯ ЧИСЛА В КІЛЬКА РАЗІВ; ЗАДАЧІ НА КРАТНЕ ПОРІВНЯННЯ

ЗАДАЧІ НА ЗБІЛЬШЕННЯ АБО ЗМЕНШЕННЯ ЧИСЛА В КІЛЬКА РАЗІВ

I —

II — ? , у разів б. (м.)

На етапі *підготовчої роботи* до введення задач на збільшення або зменшення числа в кілька разів необхідно актуалізувати конкретний зміст арифметичної дії множення і дії ділення на рівні частини, а також підвести учнів до усвідомлення конкретного змісту виразів «більше у» та «менше у» засобом спеціальних вправ, наприклад, таких.

ЗАДАЧІ НА ЗБІЛЬШЕННЯ ЧИСЛА В КІЛЬКА РАЗІВ

1. Покладіть у рядок три кружечки. А нижче покладіть два рази по три кружечки.

Наводимо методику роботи над цим завданням.

Де кружечків більше?

Скільки разів у другому рядку ми поклали по стільки кружечків, скільки їх у першому рядку? [2 рази.] Тому говорять, що в другому рядку кружечків у 2 рази більше, ніж у першому.

Де кружечків менше? [У першому рядку лише один раз по 3 кружечки, а в другому — два рази; у другому рядку у 2 рази більше кружечків, ніж у першому.] Тому говорять, що в першому рядку у 2 рази менше кружечків, ніж у другому. Для того щоб кружечків стало у 2 рази більше, ніж 3, треба по 3 взяти 2 рази, або взяти 3 та ще раз стільки само — 3.

2. Покладіть ліворуч 2 квадрати, а праворуч — у 4 рази більше.

Наводимо методику роботи над цим завданням.

Що треба зробити, щоб покласти квадратів у 4 рази більше ніж 2? [Треба по 2 квадрати взяти 4 рази.]

Де квадратів більше?

У скільки разів праворуч квадратів більше? Чому? [Праворуч квадратів у 4 рази більше, тому що ліворуч лежить лише один раз по 2 квадрати, а праворуч — 4 рази.]

Згадайте, скільки квадратів ми поклали ліворуч.

Як дізнатися, скільки квадратів лежить праворуч? [Треба по 2 квадрати взяти 4 рази, тобто 2 помножити на 4, отримаємо 8.]

Якою арифметичною дією ми дізналися про число квадратів, яке в 4 рази більше за 2? [Дією множення: $2 \cdot 4 = 8$.] Перевірте це (перелічіть квадрати праворуч). Зробіть висновок. [Для того щоб дізнатися про число, яке в кілька разів більше за дане, треба дане число помножити на число, яке показує, у скільки разів шукане число більше за дане. Або: про число, яке в кілька разів більше за дане, дізнаємося дією множення.]

3. Покладіть у верхньому рядку 5 трикутників, а під ними покладіть у 3 рази більше трикутників.

Наводимо методика роботи над цим завданням.

Що означає вираз «у 3 рази більше»? [Цей вираз означає, що в нижньому рядку треба викласти 3 рази по стільки трикутників, скільки їх у верхньому рядку.]

У скільки разів збільшилася кількість трикутників? [У 3 рази.]

Якою арифметичною дією дізнаємося про кількість трикутників у нижньому рядку? [Дією множення: $5 \cdot 3 = 15$.] Перевірте це (перерахуйте трикутники в нижньому рядку).

Де трикутників менше? У скільки разів?

Як отримати трикутників «у 3 рази менше»? [У другому рядку трикутників у 3 рази більше, тобто в нижньому рядку трикутників 3 рази по стільки, скільки повинно бути у верхньому рядку. Треба трикутники, що розташовані в нижньому рядку, поділити на 3 рівні частини — одержимо по 5 трикутників у кожній частині. А тепер залишимо лише одну таку частину. Отримаємо трикутників у 3 рази менше.]

Якою арифметичною дією дізнаємося про число трикутників, яке в 3 рази менше від 15? [Ми ділили кількість трикутників на 3 рівні частини, тому про число, яке в 3 рази менше від даного, дізнаємося арифметичною дією ділення.]

Зробіть висновок [Про число, яке в кілька разів менше від даного, дізнаємося дією ділення.]

4. Знайдіть число, яке в 6 разів більше за число 8. Знайдіть число, яке на 6 більше за число 8.

5. Дано число 56. Знайдіть число, яке в 7 разів менше від нього. Знайдіть число, яке на 7 менше від числа 56.

На підставі завдань 4 і 5, а також аналогічних їм завдань, можна зробити такі узагальнення.



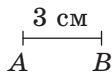
Більше число знаходимо дією додавання або множення. Додаємо тоді, коли число більше, ніж дане, **на декілька одиниць**. Множимо тоді, коли число більше, ніж дане, **у декілька разів**.

Менше число знаходимо дією віднімання або ділення. Віднімаємо тоді, коли число менше, ніж дане, **на декілька одиниць**. Ділимо тоді, коли число менше, ніж дане, **у декілька разів**.

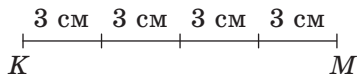
Такі завдання слід пропонувати учням на кількох попередніх уроках перед вивченням теми «Збільшення і зменшення числа в кілька разів».

6. Накресліть у зошиті відрізок AB завдовжки 3 см, а нижче — відрізок KM , довжина якого в 4 рази більша за довжину відрізка AB .

Міркуємо так: щоб накреслити шуканий відрізок, треба по 3 см відкласти 4 рази.



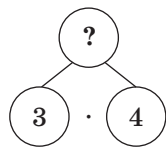
Потім знаходимо довжину відрізка KM обчисленням. Міркуємо так: треба по 3 см взяти 4 рази, тобто 3 помножити на 4: $3 \cdot 4 = 12$ (см).



Пояснюємо числа одержаної рівності: число 3 позначає довжину відрізка AB , подану в сантиметрах, число 4 позначає, у скільки разів довжина відрізка KM більша за довжину відрізка AB ; число 12 позначає довжину відрізка KM , виражену в сантиметрах. Отже, щоб відповісти на запитання задачі, яка довжина відрізка KM , треба знати два числових значення: I — довжину відрізка AB (відомо, 3 см) та II — у скільки разів довжина відрізка KM більша за довжину відрізка AB (відомо, у 4 рази). Відповідно на запитання задачі дією множення, тому що по 3 см треба взяти 4 рази.

Отже, щоб знайти число, яке в 4 рази більше за 3, треба виконати дію множення.

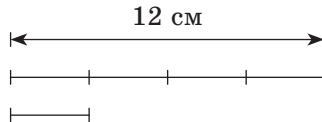
Після відповіді на запитання задачі встановлюємо, що знайдене нами число в 4 рази більше за дане; ми його отримали, збільшивши в 4 рази дане число 3.



ЗАДАЧІ НА ЗМЕНШЕННЯ ЧИСЛА В КІЛЬКА РАЗІВ

1. Накресліть відрізок завдовжки 12 см, а нижче накресліть відрізок, довжина якого в 3 рази менша від довжини даного відрізка.

Міркуємо так: ми не знаємо довжини другого відрізка, але для його побудови треба знати відстань між його кінцями. Ця відстань може бути виражена в сантиметрах або еталоном. З умови задачі відомо, що шуканий відрізок має довжину, у 3 рази меншу від 12 см, тому треба відрізок завдовжки 12 см розділити на 3 рівні частини, одна з яких — еталон. Якщо ми побудуємо відрізок, який має таку саму довжину, що й одна з трьох рівних частин еталону, то ми отримаємо шуканий відрізок.

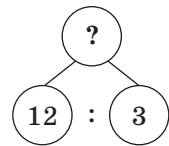


Далі пропонуємо знайти довжину шуканого відрізка.

Міркуємо так: шуканий відрізок — це одна з 3 рівних частин цілого відрізка завдовжки 12 см. Для того щоб знайти довжину 1 такої частини, треба довжину цілого відрізка поділити на кількість рівних частин у ньому: $12 : 3 = 4$ (см).

Пояснюємо числа цієї рівності: число 12 позначає довжину даного відрізка, яка виражена в сантиметрах; число 3 позначає, у скільки разів довжина шуканого відрізка менше від довжини даного; число 4 позначає довжину шуканого відрізка, яка виражена в сантиметрах.

Отже, щоб відповісти на запитання, чому дорівнює довжина шуканого відрізка, треба знати два числові значення: I — довжину даного відрізка (відомо, 12 см) та II — у скільки разів довжина шуканого відрізка менше від довжини даного відрізка (відомо, у 3 рази). Відповімо на запитання задачі дією ділення, тому що шуканий відрізок — це 1 з 3 рівних частин даного відрізка.



З'ясуємо, що в результаті отримали число, яке менше від даного в 3 рази.

2. Розв'яжіть задачу.

Сину 3 роки, а батько на 24 роки старший. Скільки років батькові?

Складаємо короткий запис задачі і розв'язуємо її усно. Записи виконуємо на дошці.

Син — 3 роки
Батько — ?, на 24 роки б.

Розв'язання:

$$3 + 24 = 27 \text{ (років).}$$

Відповідь: 27 років батькові.

3. Розв'яжіть задачу.

Сину 3 роки, а батько в 9 разів старший. Скільки років батькові?

Робота над задачею здійснюється згідно з узагальненою пам'яткою.



ПАМ'ЯТКА

Працюю над простою задачею

1. Читаю задачу й уявляю, про що в ній розповідається.
2. Виділяю ключові слова та складаю короткий запис задачі.
3. За коротким записом пояснюю числові дані задачі. Виконую схематичний рисунок.
4. Повторюю запитання задачі. З'ясовую, що потрібно знати, щоб на нього відповісти.
5. Записую розв'язання задачі.
6. Записую відповідь.

1. Читаю задачу й уявляю, про що в ній розповідається.

Про що розповідається в задачі? [У задачі розповідається про вік батька та сина. Синові 3 роки, а батько в 9 разів старший, тобто йому в 3 рази більше років, ніж синові. Запитується, скільки років батькові.]

Чим ця задача відрізняється від попередньої? [Ця задача відрізняється від попередньої тим, що тут сказано не на скільки років батько старший за сина, а у скільки разів він старший.]

Повідомляє, що це задача нового виду, який має таку опорну схему.

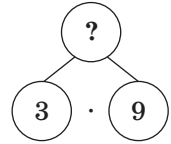
I —
II — ?, у разів б. (м.)

2. Виділяю ключові слова та складаю короткий запис задачі. [Ключові слова: «Син», «Батько». Складаємо короткий запис задачі, використовуючи опорну схему.]

Син — 3 роки

Батько — ?, у 9 разів б.

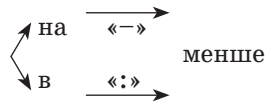
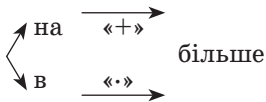
3. *За коротким записом пояснюю числові дані задачі.* [Число 3 позначає вік сина, виражений у роках; число 9 позначає, у скільки разів вік батька більший, ніж вік сина.]
4. *Повторюю запитання задачі. З'ясовую, що потрібно знати, щоб на нього відповісти.* [Запитується, скільки років батькові. Для того щоб відповісти на це запитання, треба знати два числові значення: I — вік сина (відомо, 3 роки) та II — у скільки разів вік батька більший за вік сина (відомо, у 9 разів). На запитання задачі відповімо арифметичною дією множення: щоб знайти число, яке в кілька разів більше за дане, треба дане число помножити на число, яке показує, у скільки разів шукане число більше за дане число. На запитання задачі можна відповісти одразу, тому що нам відомі обидва числові значення.]
5. *Записую розв'язання задачі.* [Розв'язання: $3 \cdot 9 = 27$ (років).]
6. *Записую відповідь.* [Відповідь: 27 років батькові.]



Усі записи на дошці здійснюються в такий спосіб, щоб учням було зручно проводити порівняння коротких записів і розв'язань цих двох задач. Спочатку учні знаходять спільне в умовах даних задач і їх розв'язаннях: в обох задачах описується одна й та сама ситуація (вік сина однаковий, батько старший за сина), однакове запитання (скільки років батькові?), ми отримали одне й те саме число у відповіді. Потім учні встановлюють відмінності: у задачі 1 сказано, що батькові на 24 роки більше, ніж синові; а в задачі 2 сказано, що батькові у 9 разів років більше, ніж синові; отже, у задачах подані різні умови стосовно віку батька, які визначають вибір відповідно різних арифметичних дій: додавання і множення.

Методику ознайомлення із задачами на зменшення числа в кілька разів можна скласти аналогічно розглянутій вище. А можна перетворити задачу на збільшення числа в кілька разів на задачу на зменшення числа в кілька разів; порівняти умови і розв'язання цих задач і узагальнити, що в цих задачах визначає вибір арифметичної дії: якщо шукане число більше за дане в декілька разів, то його знаходять арифметичною дією множення; якщо шукане число менше від даного в кілька разів, то його знаходять арифметичною дією ділення.

Результатом порівняння таких задач може бути узагальнення:



ЗАДАЧІ НА КРАТНЕ ПОРІВНЯННЯ

$$\begin{array}{l} \text{I} - \square \\ \text{II} - \square \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I} - \square \\ \text{II} - \square \end{array}} \right) \text{ у ?}$$

Методикою введення нового виду задач передбачено підготовчу роботу, метою якої є засвоєння правила.

Щоб знайти, у скільки разів одне число більше або менше від іншого, треба більше число поділити на менше число.

1. Накресліть один під одним два відрізки: $AB = 2$ см і $KM = 10$ см.

Наводимо методику подальшої роботи над завданням.

Який відрізок має більшу довжину, тобто який відрізок довший?

У скільки разів довжина відрізка KM більша за довжину відрізка AB ? Як про це дізнатися?

Як би ми міркували, якби довжина відрізка KM була невідомою, але було дано, у скільки разів відрізок KM довший за відрізок AB ? [Ми би по 2 см (довжина відрізка AB) відклали стільки разів, у скільки разів відрізок KM довший за відрізок AB .]

А це обернене завдання, тут треба дізнатися саме про те, скільки разів по 2 см вміщується у довжині відрізка KM — у 10 см. Як про це дізнатися? [Треба від початку відрізка KM відкласти 2 см, потім ще 2 см і т. д., доки не дістанемо кінця відрізка KM , і підрахувати, скільки разів по 2 см вміщується у 10 см (довжина відрізка KM).]

Якщо ми дізнаємося, скільки разів по 2 см вміщується у 10 см, то яку арифметичну дію слід обрати для цього? [Дію ділення.]

Як обчисленням дізнатися, у скільки разів довжина відрізка KM (10 см) більша за довжину відрізка AB (2 см)? Тобто якою арифметичною дією дізнаємося, у скільки разів число 10 більше

за число 2? [Дією ділення, треба 10 поділити на 2.] Таким чином, щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше за інше, треба більше число поділити на менше число.]

Який відрізок коротший? [AB] У скільки разів відрізок AB коротший від відрізка KM? [У 5 разів, тому що відрізок KM у 5 разів довший за відрізок AB, тому відрізок AB у 5 разів коротший від відрізка KM.]

Як обчисленням дізнатися, у скільки разів відрізок AB коротший від відрізка KM? Як дізнатися, у скільки разів число 2 менше від числа 10? [Дізнаємося так само, як дізнавалися про те, у скільки разів число 10 більше за число 2 — треба 10 поділити на 2.] Таким чином, щоб дізнатися, у скільки разів одне число менше за інше, треба більше число поділити на менше.

Порівняйте ці два правила. Що в них спільне? [У них спільне те, що в обох випадках треба більше число поділити на менше число.]

Об'єднайте ці два правила в одне. [Для того щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше або менше від іншого, треба більше число поділити на менше.]

Л. М. Скаткіним сформульовані вимоги щодо ознайомлення учнів із кратним порівнянням.

1. Перше ознайомлення необхідно провести практично, пропонуючи дітям безпосередньо порівняти довжину відрізків різного розміру, а потім перейти до порівняння числових значень величини.
2. Обидва запитання — «У скільки разів більше?», «У скільки разів менше?» — слід розглядати разом, тому що прийом кратного порівняння при цьому той самий.
3. Далі слід перейти до кратного порівняння кількостей, ілюструючи це порівняння на класній рахівниці.
4. Після цього можна перейти до порівняння чисел, які позначають значення інших величин: вартості, віку тощо, а потім — до кратного порівняння неіменованих чисел.

Правила кратного порівняння можна також ввести на підставі додаткових завдань до задач на збільшення або зменшення числа в кілька разів. Наприклад.

2. Розв'яжіть задачу.

Маса індика 15 кг, а гуски — у 3 рази менше. Яка маса гуски?

Додаткові запитання можуть бути такими.

Яка маса індика? [15 кг.]

Яка маса гуски? [5 кг.]

Маса якої птиці менша? [Маса гуски менша.]

У скільки разів маса гуски менша, ніж маса індика? [У 3 рази.]

У скільки разів маса індика більша за масу гуски? [У стільки ж разів, у 3 рази.]

Як ви про це дізналися? [В умові задачі, яку ми розв'язали, сказано, що маса гуски в 3 рази менша, ніж маса індика.]

Як можна про це дізнатися обчисленням? Яку дію слід виконати з числами 15 і 5, щоб отримати 3? [У результаті ми отримали менше число, менше число знаходимо арифметичною дією віднімання або ділення. Очевидно, що віднімання не підходить, тому що при зменшенні 15 на 5 ми не отримаємо 3. Отже, про це можна дізнатися арифметичною дією ділення: $15 : 5 = 3$.]

Що ми зробили, щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше, ніж інше? [Ми більше число поділили на менше.]

Який висновок можна зробити про те, як знайти, у скільки разів одне число більше за інше число? [Щоб знайти, у скільки разів одне число більше, ніж інше, треба від більшого числа поділити на менше.]

На скільки маса індика більша за масу гуски? Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? На скільки маса гуски менша від маси індика? [Для того щоб дізнатися, на скільки одне число більше за інше, треба від більшого числа відняти менше число: $15 - 5 = 10$ (кг) — на 10 кг маса індика більша за масу гуски. На стільки само маса гуски менша від маси індика.]

Для закріплення правил кратного і різницевого порівняння Л. Н. Скаткін пропонує завдання для усної лічби за таблицею:

	I	II	На скільки більше?	У скільки разів більше?
1	18 см	6 см		
2	48 см	8 см		
3	54 см	9 см		

Ознайомлення із задачами на кратне порівняння можна здійснити засобом перетворення задачі на збільшення або зменшення числа в кілька разів. Такий методичний прийом допоможе учням побачити відмінності цих двох видів задач. Наприклад, можна запропонувати таку задачу.

3. Розв'яжіть задачу.

Гуска важить 3 кг, а порося — у 5 разів більше. Скільки важить порося?

Складаємо короткий запис цієї задачі і розв'язуємо її усно:

Гуска — 3 кг
Порося — ?, у 5 разів більше

Розв'язання:

$$3 \cdot 5 = 15 \text{ (кг).}$$

Відповідь: 15 кг важить поросся.

Випишуємо числа задачі і пояснюємо їх: 3, 5, 15 — пряма задача.

Складіть обернену задачу до даної так, щоб невідомим було число 5, яке позначає, у скільки разів поросся важче за гуску.

3, 5, 15 — обернена задача 1.

Складаємо задачу.

Маса гуски 3 кг, а маса поросся 15 кг. У скільки разів поросся важче за гуску? Отже, складена задача — це задача нового виду, спосіб розв'язування таких задач учні повинні засвоїти на цьому уроці.

Встановлюємо, чим відрізняється обернена задача 1 від прямої. [У прямій задачі відомо, у скільки разів поросся важче за гуску, а в оберненій задачі про це запитується.]

Показуємо учням опорну схему задач цього виду.

I — □) у ?
II — □)

Далі робота над задачею здійснюється за узагальненою пам'яткою. Учні розповідають, про що розповідається в задачі; складають короткий запис, виділяючи ключові слова і використовуючи опорну схему; пояснюють числа задачі і називають запитання. Зазначимо, що, називаючи запитання задачі, слід просити школярів переформулювати його, наприклад: «У скільки разів маса поросся більша за масу гуски?».

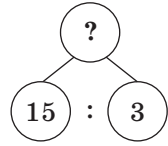
Наведемо лише аналітичний пошук розв'язування задачі.

Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі: «У скільки разів маса поросся більша за масу гуски?» [Треба знати два числових значення: I — масу поросся (відомо, 15 кг) та II — масу гуски (відомо, 3 кг).]

Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією ділення. Щоб дізнатися, у скільки разів одне число більше за інше, треба більше число поділити на менше.]

Чи можна відповісти на запитання задачі відразу? [Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.]

Записавши розв'язання і відповідь до задачі, учні відповідають на запитання, у скільки разів маса гуски менша від маси поросяти, а потім порівнюють умови і розв'язання оберненої і прямої задач. Ці задачі взаємно обернені, вони мають різну математичну структуру, що наочно видно на короткому записі: у задачах на порівняння відомі обидва числа, а запитання показується круглою дужкою. Розв'язуються ці задачі різними арифметичними діями: пряма задача — множенням, а обернена — діленням. Проте, якщо б у прямій задачі була дана маса поросяти — 15 кг, а про масу гуски було б сказано, що вона в 5 разів менша від маси поросяти, то така задача розв'язувалась би арифметичною дією ділення; і ці задачі мали б однакові розв'язання, але від цього вони не стали б задачами однієї математичної структури.



Далі можна обговорити з учнями питання про те, на запис яких задач схожий короткий запис задач на кратне порівняння; які задачі на порівняння ми вже вміємо розв'язувати; чим відрізняються їхні короткі записи. І після цього можна перейти до другого запитання: «На скільки кілограмів гуска легша за поросся?». Складаємо короткий запис, записуємо на дошці розв'язання задачі і відповідь. Учні порівнюють задачі на кратне і різницеве порівняння.

Л. Н. Скаткін пропонує звернути увагу дітей на правильний запис найменуваних під час розв'язання таких задач, наприклад:

$$80 \text{ см} - 40 \text{ см} = 40 \text{ см.}$$

Відповідь: на 40 см зелена смужка коротша за червону.
 $80 \text{ см} : 40 \text{ см} = 2.$

Відповідь: у 2 рази зелена смужка коротша за червону.

Усвідомленню математичного змісту задач на кратне порівняння сприяє виконання завдань на складання задач цього виду та задач на різницеве порівняння і на збільшення або зменшення числа в кілька разів.

Список використаних джерел

Скаткин Л. Н. Обучение решению простых и составных арифметических задач. — М.: Учпедгиз, 1963. — 200 с.