

**Ускладнені задачі на знаходження четвертого пропорційного,  
які розв'язуються способом знаходження однакової величини —  
способом наведення до одиниці**

**Задачі, пов'язані з одиничною нормою**

Якщо в задачах із пропорційними величинами одну з величин задати не однаковими числовими значеннями, а їхнім різницевим відношенням, то отримаємо ускладнену задачу на знаходження четвертого пропорційного. Інакше їх називають задачами, пов'язаними з одиничною нормою. Розглянемо методику введення задач даного виду.

*Підготовча робота*

На ступені підготовчої роботи розв'язуються задачі на знаходження четвертого пропорційного, а також задачі, у яких величина однієї одиниці не є однаковою та дано її значення для першого випадку, а для другого — різницеве або кратне відношення. Наприклад:

Задача 1

Вівці на кожний день необхідно 5 л води, а ягняті — на 2 л менше. Скільки літрів води необхідно для 8 ягнят?

	Загальний об'єм води (л)	Об'єм води на 1 тварину (л)	Кількість тварин (шт.)
Вівця		5 л	
Ягня	?	?, на 2 л м.	8 шт.

Задача 2

На першому верстаті за час виготовили 4 м тканини, а на другому — на 3 м більше, ніж на першому. За скільки годин на другому верстаті можна виготовити 56 м тканини?

Верстат	Час роботи (год)	Продуктивність праці (кількість метрів за годину)	Загальний виробіток (м)
I		4 м	
II	?	?, на 3 м б	56 м

Задача 3

Маса вівці 32 кг, а маса індика в 4 рази менше. Яка маса 9 таких індиків?

	Кількість (шт.)	Маса 1 тварини (кг)	Загальна маса (кг)
Вівця		32 кг	
Індик	9 шт.	?, у 4 р. м.	?

### Ознайомлення

Ознайомлення можна здійснити на підставі порівняння задачі на знаходження четвертого пропорційного і ускладненої задачі.

Задача (Підготовча. На знаходження четвертого пропорційного)

На першому верстаті за 8 год виготовили 16 м тканини. Скільки метрів тканини виготовлять на другому верстаті за 6 год, якщо продуктивність праці обох верстатів однакова?

	Продуктивність праці, виготовлено за 1 год (м)	Час роботи, кількість годин (год)	Загальний виробіток, усього виготовлено тканини (м)
I	?	8 год	16 м
	однакова		
II	?	6 год	?

Учні пропонують на короткому записі показати прості задачі, з яких складається дана задача:

	Продуктивність праці, виготовлено за 1 год (м)	Час роботи, кількість годин (год)	Загальний виробіток, усього виготовлено тканини (м)
I	?	8 год	16 м
	однакова		
II	?	6 год	?

### *Розв'язання*

1)  $16 : 8 = 2$  (м) — продуктивність праці, однакова величина.

2)  $2 \cdot 6 = 12$  (м) — загальний виробіток II верстата.

Або  $16 : 8 \cdot 2 = 12$  (м).

*Відповідь:* 12 м тканини виготовлять на другому верстаті за 6 год, якщо продуктивність праці обох верстатів однакова.

### Задача

На першому верстаті за 8 год виготовили 16 м тканини. На другому — за 1 год виготовляли на 2 м тканини більше, ніж за цей час на першому верстаті. Скільки метрів тканини виготовлять на другому верстаті за 6 год?

Учні читають задачу, уявляють, про що в ній розповідається, виділяють величини задачі і складають короткий запис.

	Продуктивність праці, виготовлено за 1 год (м)	Час роботи, кількість годин (год)	Загальний виробіток, усього виготовлено тканини (м)
I	?	8 год	16 м
II	?, на 2 м більше	6 год	?

За коротким записом діти пояснюють, що означає кожне число, і називають запитання задачі. Потім учитель пропонує порівняти цю задачу з попередньою. Учні встановлюють, що задачі містять однакові величини, в обох мова йде про два верстати, є однакові числові дані

одних і тих самих величин. Відрізняються ці задачі тим, що продуктивність праці обох верстатів у першій задачі однакова, а у другій задачі не однакова. Отже, знайшовши продуктивність праці, однакову величину, за даними двох відомих величин першого випадку, ми другою дією змогли відповісти на запитання попередньої задачі. А в цій задачі продуктивність праці верстатів не однакова, тому ми не можемо відразу, першою дією, дізнатися про продуктивність праці другого верстата; цю задачу ми не можемо розв'язати двома діями.

- Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати два числових значення: 1 — продуктивність другого верстата (невідома) і 2 — час роботи (6 годин).]

- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією множення.]

- Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Не можна, ми не знаємо продуктивність другого верстата.]

- Що треба знати, щоб дізнатися про продуктивність другого верстата? [Два числових значення: 1 — продуктивність першого верстата (невідома) та 2 — на скільки метрів більше виготовляють за 1 годину на другому верстаті, ніж на першому (відомо, на 2).]

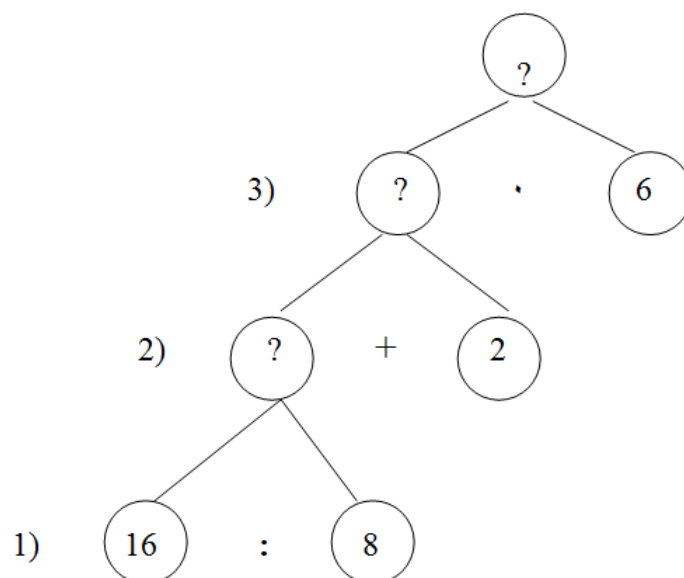
- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? [Дією додавання.]

- Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Не можна, ми не знаємо продуктивність праці першого верстата.]

- Що треба знати, щоб про це дізнатися? [Треба знати два числових значення: 1 — загальний виробіток першого верстата (відомо, 16 м) та 2 — час роботи першого верстата (відомо, 8 годин).]

- Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією ділення.]

- Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Так, тому що нам відомі обидва числових значення. Отже, ми від запитання задачі перейшли до числових даних. Аналіз закінчено.]



Покажіть на короткому записі прості задачі, із яких складається дана задача:

	Продуктивність праці, Виготовлено за 1 год (м)	Час роботи, кількість годин (год)	Загальний виробіток, усього виготовлено тканини (м)
I	1) ?	8 год	16 м
II	2) ?, на 2 м більше	6 год	3) ?

Далі учням пропонується скласти план розв'язування задачі і записати розв'язання по діях з поясненням.

*План розв'язування задачі*

1. Скільки метрів тканини виготовили за 1 год на першому верстаті?
2. Скільки метрів тканини виготовили на другому верстаті за 1 годину?
3. Скільки метрів тканини виготовили на другому верстаті за 6 годин?

*Розв'язання*

- 1)  $16 : 8 = 2$  (м) тканини за 1 годину — продуктивність праці першого верстата;
- 2)  $2 + 2 = 4$  (м) тканини за 1 годину — продуктивність праці другого верстата;
- 3)  $4 \cdot 6 = 24$  (м) тканини — за 6 год на другому верстаті.

Або  $(16 : 2 + 2) \cdot 6 = 24$  (м).

*Відповідь:* 24 м тканини виготовлять на другому верстаті за 6 годин.

Щоб перевірити вірність розв'язання корисно скласти обернену задачу:

8, 16, 2, 6, 24.

На одному верстаті виготовили за 8 годин 16 м тканини, а на другому — за 6 годин виготовили 24 м. На скільки більше тканини виготовляли за 1 годину на другому верстаті, ніж на першому?

*Розв'язання*

- 1)  $16 : 8 = 2$  (м) тканини — виготовляли за 1 год на першому верстаті;
- 2)  $24 : 6 = 4$  (м) тканини — виготовляли за 1 год на другому верстаті;
- 3)  $4 - 2 = 2$  (м) — на стільки більше виготовляли за 1 год на другому верстаті, ніж на першому.

Або  $24 : 6 - 16 : 8 = 2$  (м).

*Відповідь:* на 2 м тканини більше виготовляли за 1 год на другому верстаті, ніж на першому.

*На етапі закріплення* учням пропонується прочитати задачу.

Робітник за 3 год змонтував 18 дрилів. Скільки дрилів він змонтує за 2 год, якщо щогодини буде монтувати на 1 дріль більше, ніж раніше?

Скласти до неї короткий запис, за коротким записом пояснити числа задачі і запитання, порівняти цю задачу з попередньою. Учні роблять висновок, що ці задачі одного виду, тому вони мають схожі плани розв'язування.

1. Першою дією дізнаємося про величину продуктивності праці (1 одиниці) для першого випадку.

2. Другою дією дізнаємося про величину (продуктивності праці) 1 одиниці для другого випадку.

3. Третьою дією відповімо на запитання задачі.

*Розв'язання*

1)  $18 : 3 = 6$  (д.).

2)  $6 + 1 = 7$  (д.).

3)  $7 \cdot 2 = 14$  (д.).

*Відповідь:* 14 дрилів.

Отже, якщо ми зустрінемо задачу такої математичної структури, то вона матиме зазначений план розв'язування.

### Ознайомлення із задачами II виду.

Ознайомлення можна провести на підставі розв'язання задачі I виду і складання оберненої задачі:

Задача 1 (I вид)

У перший день завод за 7 год виготовив 28 холодильників. У другий день за одну годину завод виготовив на один холодильник більше, ніж у перший. Скільки холодильників виготовить завод у другий день за 5 годин ?

	Продуктивність праці (шт.)	Час роботи (год)	Загальний виробіток (шт.)
1 день	?	7 год	28 шт.
2 день	?, на 1 шт. б.	5 год	?

*План розв'язування*

1. Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в перший день?

2. Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в другий день?

3. Скільки холодильників виготовив завод за другий день?

*Розв'язання*

1)  $28 : 7 = 4$  (шт.) — холодильників за 1 год у перший день;

2)  $4 + 1 = 5$  (шт.) — холодильників за 1 год у другий день;

3)  $5 \cdot 5 = 25$  (шт.) — холодильників за 5 год у другий день.

Або  $(28 : 7 + 1) \cdot 5 = 25$  (шт.).

*Відповідь:* 25 холодильників виготовить завод у другий день за 5 годин.

Випишемо і пояснюємо числа задачі:

7, 28, 1, 5, 25 — пряма задача.

Складаємо обернену задачу:

7, 28, 1, 5, 25.

Задача 2 (II вид)

У перший день завод за 7 год виготовив 28 холодильників. У другий день за одну годину завод виготовив на один холодильник більше, ніж у перший. За скільки годин виготовить завод у другий день 20 холодильників?

	Продуктивність праці (шт.)	Час роботи (год)	Загальний виробіток (шт.)
1 день	?	7 год	28 шт.
2 день	?, на 1 шт. б.	?	25 шт.

Порівнявши короткі записи цих задач, учні встановлюють, що вони дуже схожі за математичною структурою; вони відрізняються лише одним числовим даним. Тому вони матимуть схожі плани розв'язування. На короткому записі показуємо прості задачі і складаємо план розв'язування.

*План розв'язування*

1. Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину в перший день?
2. Скільки холодильників виготовив завод за 1 годину у другий день?
3. За скільки годин завод виготовить у другий день 20 холодильників?

*Розв'язання*

- 1)  $28 : 7 = 4$  (шт.) — холодильників за 1 год у перший день;
  - 2)  $4 + 1 = 5$  (шт.) — холодильників за 1 год у другий день;
  - 3)  $25 : 5 = 5$  — стільки годин працював завод у другий день.
- Або  $25 : (28 : 7 + 1) = 5$ .

*Відповідь:* за 5 год виготовить завод у другий день 20 холодильників.

Після розв'язання учні порівнюють розв'язки прямої і оберненої задач:

- ці задачі схожі за математичною структурою; схожі розв'язання цих задач — у них однакові перші дві дії;
- задачі відрізняються одним числовим даним і останньою дією: у прямій задачі остання дія — множення, а в оберненій — ділення.

*Висновок:* хоча ці задачі мають схожі математичні структури, але їх розв'язання відрізняються останніми діями: у першій це дія множення, а у другій — ділення. Перша задача — це задача I виду, а друга — II виду.

*Формування умінь розв'язувати задачі, пов'язані з одиничною нормою*

На етапі закріплення, прочитавши задачу і склавши її короткий запис, діти визначають її вид і згадують спосіб розв'язування. Після розв'язання задачі відбувається перетворення її на обернену та її розв'язування.

З моменту, коли учні відразу впізнають задачу даного виду і згадують план її розв'язування, можна запропонувати дітям схематичну форму короткого запису.

Задача

За 6 днів майстерня налагодила 42 сівалки. Скільки сівалок отремонтує майстерня за 3 дні, якщо кожного дня ремонтуватиме на 2 сівалки більше?

6 д. — 42 с.

3 д. (на 2 с. більше) — ?

Заслужують на увагу задачі, у яких одна з величин задається кратним відношенням, наприклад, такі.

При ходьбі людина за 1 хвилину вдихає 9 л повітря, а під час бігу — у 5 разів більше. Скільки літрів повітря вдихає людина під час бігу за 2 хвилини?