

### Задачі на різницеве порівняння двох добутоків та обернені до них

Задачі нової математичної структури вводяться на основі зміни задачі на знаходження суми двох добутоків у задачу на різницеве порівняння двох добутоків. Наприклад:

Коню на день потрібно 8 кг вівса і 4 кг сіна. Скільки кілограмів вівса та сіна потрібно коню на тиждень?

Після розв'язання задачі відомого виду (на знаходження суми двох добутоків) учням пропонується змінити запитання задачі так, щоб останньою була дія віднімання.

Наприклад: Коню на день потрібно 8 кг вівса і 4 кг сіна. На скільки більше вівса, ніж сіна, потрібно коню на тиждень?

Діти вносять зміни в короткий запис попередньої задачі, а також в схематичний рисунок, і після цього розбивають складену задачу на прості і формулюють кожну із них, складають план розв'язування і записують його. Далі йде робота з узагальнення математичної структури задачі та способу її розв'язування на основі зміни величин задачі та числових даних. На відміну від попереднього етапу, учні вже самі обирають групу взаємопов'язаних величин, замінюють назви у відповідних стовпчиках таблиці і вносять відповідні корективи у розв'язання задач, а також роблять висновки щодо плану розв'язування задач, що містять одні й ті ж самі величини, але різні числові дані (це здійснюється на картках з друкованою основою, де вже подана таблиця з числовими даними, але без відповідних величин

	8	7	?)	На ?		?)	На ?
	4	7	?)	На ?		?)	На ?

Зразок карток з друкованою основою

Самостійно порівнявши короткі записи розглянутих задач, діти складають узагальнену таблицю і на її основі формулюють істотні ознаки задач даної математичної структури. Порівнявши плани розв'язування цих задач, складають узагальнений план розв'язування

*Істотні ознаки задач на різницеве порівняння двох добутоків:*

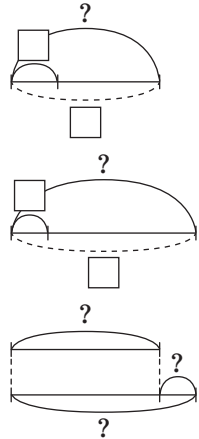
- 1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 3) шуканим є різниця загальних значень величин для обох випадків.

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$\left. \begin{matrix} ? \\ ? \end{matrix} \right\} \text{На } ?$
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

### План розв'язання

Знаходжу

- 1) дією множення значення загальної величини у першому випадку;
- 2) дією множення значення загальної величини у другому випадку;
- 3) дією віднімання різницю загальних значень, відповідаю на запитання задачі.



### Опорна схема та план розв'язування задач на різницеве порівняння двох добутків

Можна запропонувати порівняти короткі записи та плани розв'язування задач на знаходження суми двох добутків та на різницеве порівняння двох добутків і з'ясувати, що в них спільне та чим вони відрізняються. Результатом такої роботи є узагальнений план розв'язування.

На наступному етапі учням пропонується розв'язати задачу на різницеве порівняння двох добутків, користуючись узагальненим планом, та скласти і розв'язати чотири обернені задачі. Наприклад:

*Пряма задача.* Майстер за годину виготовляє 6 деталей, а учень — 2 деталі. Майстер працював повний робочий день — 8 год, а учень — 4 год. На скільки менше деталей за день зробив учень, ніж майстер?

*Обернена задача 1.* Майстер працював повний робочий день — 8 год, а учень — 4 год. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки деталей за годину роботи виготовляв учень, якщо майстер за годину роботи виготовляє 6 деталей?

**Обернена задача 2.** Майстер працював повний робочий день — 8 год, а учень — 4 год. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки деталей за годину роботи виготовляв майстер, якщо учень за годину виготовляє 2 деталі?

Порівнявши обернені задачі 1 і 2 на знаходження величини одиниці виміру і узагальнивши математичну структуру, визначаємо їхні істотні ознаки та плани розв'язування

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	?	<input type="checkbox"/>	?, на <input type="checkbox"/> б. (м.)

**План розв'язання**

Знаходжу:

- дією множення значення загальної величини в одному з випадків;
- дією додавання або віднімання значення загальної величини в іншому випадку;
- дією ділення значення величини одиниці виміру, відповідаю на запитання задачі.

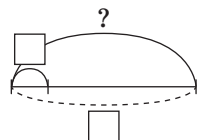
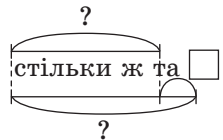
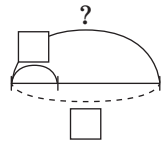
**Опорна схема та план розв'язування обернених задач на різницеве порівняння двох добутоків, у яких шуканою є величина однієї одиниці**

*Істотні ознаки задач даної математичної структури:*

- для одного з випадків дані значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- для іншого випадку дано лише кількість або час, а значення величини одиниці виміру є шуканим;
- дано значення різниці двох загальних величин.

Можна порівняти розглянуту обернену задачу до задачі на різницеве порівняння двох добутоків з відповідною оберненою задачею на знаходження суми двох добутоків й узагальнити їхні математичні структури, істотні ознаки та плани розв'язання.

**Обернена задача 3.** Майстер за годину роботи виготовляє 6 деталей, а учень — 2 деталі. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки годин працював майстер, якщо учень працював 4 год?



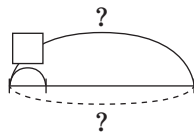
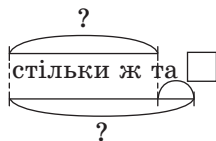
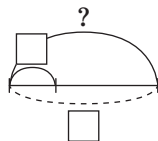
**Обернена задача 4.** Майстер за годину роботи виготовляє 6 деталей, а учень — 2 деталі. Учень виготовив на 40 деталей менше, ніж майстер. Скільки годин працював учень, якщо майстер працював 8 год?

Робота над оберненими задачами здійснюється за пам'яткою № 3. Після розв'язання задач порівнюємо дві обернені задачі до задач на різницеve порівняння двох добутків на знаходження часу або кількості, узагальнюємо їхню математичну структуру та план розв'язування

*Істотні ознаки задач даної математичної структури:*

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано лише значення величини одиниці виміру, а кількість або час є шуканим;
- 3) дано значення різниці двох загальних величин.

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	?	?, на <input type="checkbox"/> б. (м.)



#### План розв'язання

Знаходжу:

- 1) дією множення значення загальної величини в одному з випадків;
- 2) дією додавання або віднімання значення загальної величини в іншому випадку;
- 3) дією ділення значення величини кількості або часу, відповідаю на запитання задачі.

Опорна схема та план розв'язування обернених задач на різницеve порівняння двох добутків, у яких шуканою є кількість або час

Далі можна порівняти обернені задачі на знаходження кількості або часу до задач на різницеve порівняння двох добутків та на знаходження суми двох добутків, узагальнити їхню математичну структуру.

У подальшому навчанні можна здійснити узагальнення на більш високому рівні — узагальнити математичну структуру та план розв'язування задач на різницеve порівняння двох добутків та обернених до них

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	$a$	$b$	?
II	$c$	$k$	?, на <input type="checkbox"/> б. (м.)

### План розв'язання

Знаходжу:

- 1) знаходжу значення загальної величини в одному з випадків;
- 2) знаходжу значення загальної величини в іншому випадку;
- 3) відповідаю на запитання задачі.

Опорна схема та план розв'язання задач на різницеве порівняння двох добутоків та обернених до них

Або  $a$ , або  $b$ , або  $c$ , або  $k$ , або  $p$  — шукане число.

*Істотні ознаки задач даної математичної структури:*

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано або значення двох величин — величини одиниці виміру та кількості — або однієї з них, тоді інша є шуканою;
- 3) різниця значень загальних величин є шуканою або її значення дано.

Можна здійснити узагальнення вищого порядку — запропонувати учням узагальнити математичні структури задач на знаходження суми або на різницеве порівняння двох добутоків та обернених до них задачі і плани їх розв'язування.

Таким чином на матеріалі задач на різницеве порівняння двох добутоків та обернених до них відбувається *формування у матеріалізованій формі дії визначення істотних ознак задачі та узагальнення її математичної структури та дії узагальнення способу розв'язування задачі певної математичної структури*. Подальше опрацювання цієї дії у формі голосного мовлення відбувається на задачах на кратне порівняння двох добутоків.

### Задачі на кратне порівняння двох добутоків та обернені до них

Задачі на кратне порівняння двох добутоків вводяться на основі зміни запитання до задачі на різницеве порівняння двох добутоків і дослідження впливу цієї зміни на розв'язання задачі. Наприклад:

Дві кози дали по 6 л молока, а три корови — по 8 л молока. Від кого більше надоїли молока — від кіз чи від корів — і на скільки?

	Об'єм молока від 1 корови (л)	Кількість тварин (шт.)	Загальний об'єм молока (л)
К.	6 л	2	?
Кор.	8 л	3	?

} На ?

*Розв'язання*

- 1)  $6 \cdot 2 = 12$  ( л ) — загальний об'єм молока від кіз;
- 2)  $8 \cdot 3 = 24$  ( л ) — загальний об'єм молока від корів;
- 3)  $24 - 12 = 12$  ( л ) — на стільки більше молока надоїли від корів, ніж від кіз.

Змінимо запитання задачі: «У скільки разів більше молока надоїли від корів, ніж від кіз?». Як ця зміна вплине на розв'язання задачі?

Отримавши задачу на кратне порівняння двох добутків і розв'язавши її, діти далі вивчають математичну структуру, змінюючи величини або числові дані задачі. Отримані задачі школярі промовляють вголос і з'ясовують вплив цих змін на розв'язання та план розв'язування задачі. Далі можна узагальнити математичну структуру та план розв'язування задач на кратне порівняння двох добутків

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?

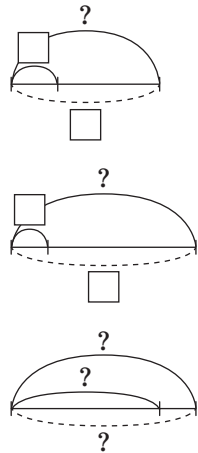
} у ?

**План розв'язання**

Знаходжу:

- 1) дією множення значення загальної величини у першому випадку;
- 2) дією множення значення загальної величини у другому випадку;
- 3) дією ділення частку загальних значень, відповідаю на запитання задачі.

**Опорна схема та план розв'язування задач на кратне порівняння двох добутків**



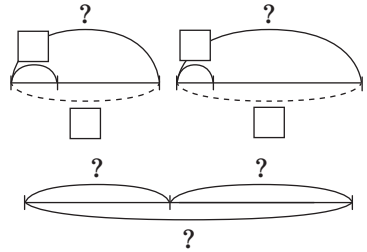
*Істотні ознаки задач на кратне порівняння двох добутків:*

- 1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;

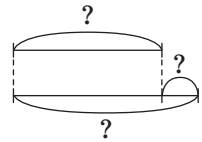
- 2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 3) шуканим є частка загальних значень величин для обох випадків.

Можна підвести учнів до узагальнення більш високого порядку — на основі порівняння узагальнити математичні структури задач на різницеве та кратне порівняння і плани їх розв'язування. Більш високий ступінь узагальнення усіх трьох видів математичних структур задач за їхніми істотними ознаками подано на малюнку 48.

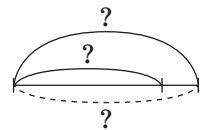
	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1) ?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	2) ?
			} 3) ?



	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
			На ?



	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
			у ?



### План розв'язання

Знаходжу:

- 1) дією множення значення загальної величини у першому випадку;
- 2) дією множення значення загальної величини у другому випадку;
- 3)  $\frac{\text{суму}}{\text{різницю або частку}}$  загальних значень, відповідаю на запитання задачі.

Опорні схеми та план розв'язування задач

на знаходження  $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного порівняння}}$  двох добутоків

### *Істотні ознаки задач на знаходження*

$\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного порівняння}}$  *двох добутоків:*

- 1) для першого випадку відомі значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 2) для другого випадку відомі значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 3) шуканим є  $\frac{\text{сума}}{\text{різниця чи частка}}$  загальних значень величин для обох випадків.

Подальша робота над задачами на кратне порівняння двох добутоків зводиться до складання і розв'язування обернених задач, порівняння двох обернених задач на знаходження величини однієї одиниці вимірювання чи лічби. Можна узагальнити відповідні математичні структури обернених задач на знаходження суми двох добутоків, на різницеве чи кратне порівняння двох добутоків

### *Істотні ознаки задач даних математичних структур:*

- 1) для одного з випадків дані значення двох величин: величини одиниці виміру та кількості або часу;
- 2) для іншого випадку дано лише кількість або час, а значення величини одиниці виміру є шуканим;
- 3) дано значення  $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного відношення}}$  двох загальних величин.

При порівнянні двох обернених задач на знаходження кількості до задач на кратне порівняння двох добутоків узагальнюємо їхні математичні структури та плани розв'язування. При узагальненні можна піти далі, порівнявши математичні структури обернених задач на знаходження кількості або часу для задач на знаходження суми двох добутоків, на різницеве або кратне порівняння двох добутоків

При порівнянні прямої та обернених задач на кратне порівняння двох добутоків здійснюється узагальнення задач даної математичної структури за їхніми істотними ознаками та формулюється загальний план розв'язування. І, нарешті, можна порівняти узагальнені математичні структури усіх трьох видів задач та сформулювати узагальнений план розв'язування

Таким чином, згідно з описаною методикою відбувається формування дії визначення істотних ознак математичної

структури задачі та її узагальнення і дії узагальнення способу розв'язування у формі голосного мовлення. Зрозуміло, що не усі діти одночасно засвоюють ці дії у певній формі; їхнє подальше опрацювання здійснюється на матеріалі задач на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох часток.

Задачі на знаходження суми

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	$a$	$b$	?
II	$c$	$k$	?

}  $p$

Задачі на різницеве/кратне порівняння двох добутоків та обернені до них

	... 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$	Загальна ...
I	$a$	$b$	?
II	$c$	$k$	?, на/у р б. (м.)

План розв'язання

- 1) знаходжу значення загальної величини в одному з випадків;
- 2) знаходжу значення загальної величини в іншому випадку;
- 3) відповідаю на запитання задачі.

Опорні схеми задач на знаходження

$\frac{\text{суми}}{\text{різницівого чи кратного порівняння}}$  двох добутоків та обернених до них

Або  $a$ , або  $b$ , або  $c$ , або  $k$ , або  $p$  — шукане число.