

Задачі на знаходження четвертого пропорційного.

Спосіб відношень

Формування вмінь розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного способом зведення до одиниці продовжується в 4 класі початкової школи. Учні розв'язують задачі з буквеними даними, складають задачі за поданим коротким записом у вигляді таблиці; також пропонуються задачі, у яких однакова величина не є величиною одиниці, наприклад, час або відстань, або загальна маса, або однакова.

Задача

Велосипедист, рухаючись зі швидкістю $12 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, проїхав відстань між

двома містами за 5 год. Повертаючись, він проїхав ту саму відстань за 6 год.

З якою швидкістю їхав велосипедист, повертаючись назад?

• Прочитайте задачу та уявіть, про що в ній розповідається. Про що розповідається в задачі?

• Про які величини йде мова в задачі? [Швидкість, відстань та час.]

• Які ключові слова можна виділити в задачі? [Туди, назад.]

• Яку відстань подолав велосипедист, їдучи «туди»? [Ми її не знаємо, але таку саму, що й «назад».]

• Таким чином, яка однакова величина в цій задачі? [Відстань однакова.]

• Запишіть задачу коротко у формі таблиці.

	Швидкість $\left(\frac{\text{км}}{\text{год}}\right)$	Час (год)	Відстань (км)
Туди	$12 \frac{\text{км}}{\text{год}}$	5 год	
			однакова
Назад	?	6 год	

• За коротким записом поясніть дані задачі. Що означає «відстань однакова»?

• Як пов'язані між собою величини відстань, швидкість і час?

• Повторіть запитання задачі. У відповіді отримаємо більше чи менше число, ніж 12?

Чому?

• Чи впізнали ви задачу? Про що ми дізнаємося першою дією? [Про значення однакової величини — про відстань.] Як знайти відстань? [Щоб знайти відстань, треба швидкість помножити на час.] Якою дією знайдемо значення однакової величини? [Дією множення.]

• Про що ми дізнаємося другою дією? [Другою дією ми дізнаємося про швидкість велосипедиста на шляху назад і відповімо на запитання задачі.]

Розв'язання:

1) $12 \cdot 5 = 60$ (км) — відстань між містами;

2) $60 : 6 = 10 \left(\frac{\text{км}}{\text{год}} \right)$ — швидкість.

Або: $12 \cdot 5 : 6 = 10 \left(\frac{\text{км}}{\text{год}} \right)$.

Відповідь: $10 \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

- Перевірте зроблене припущення.
- Чим ця задача відрізняється від інших задач на знаходження четвертого пропорційного, які ми розв'язували за таким самим планом? [У більшості задач однаковою була величина однієї одиниці, тому ми її знаходили дією ділення; у цій задачі — однакова відстань, і її ми знаходили дією множення.]

- Складіть обернену задачу так, щоб невідомим було число 6.

12, 5, 6, 10 — пряма задача;

12, 5, 6, 10 — перша обернена задача.

Велосипедист, рухаючись зі швидкістю $12 \frac{\text{км}}{\text{год}}$, подолав відстань між двома містами за 5 годин. Назад він рухався зі швидкістю $10 \frac{\text{км}}{\text{год}}$. За який час

він подолав шлях між містами, рухаючись назад?

- Що в розв'язанні цих задач буде спільного? [Перша дія.]
- Чим будуть відрізнятися розв'язання? [Другою дією: у цій задачі треба буде відстань ділити на швидкість (а не на час).]

Розв'язання:

1) $12 \cdot 5 = 60$ (км) — відстань між містами;

2) $60 : 10 = 6$ (год) — час, який було витрачено на рух назад.

Або $12 \cdot 5 : 10 = 6$ (год).

Відповідь: 6 год.

У 4 класі учні вчать розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного **способом відношень**.

Задача

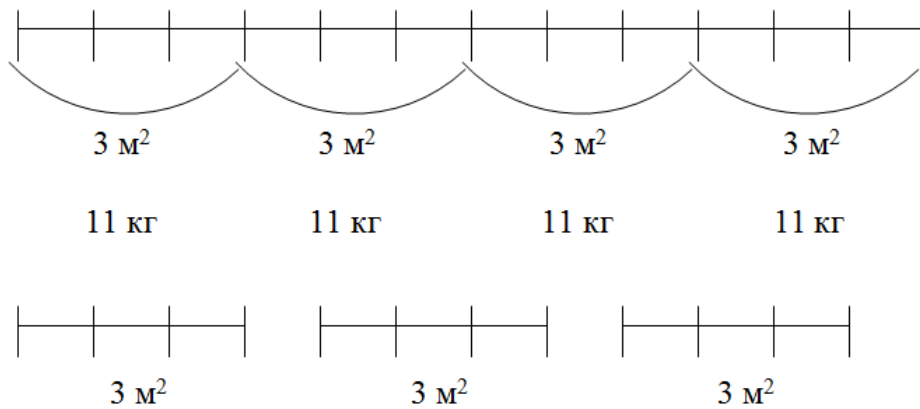
З трьох квадратних метрів зібрали 11 кг помідорів. Скільки кілограмів помідорів можна зібрати з ділянки 12 м^2 при однаковій врожайності?

Учні розповідають, про що йде мова в задачі; учитель пропонує записати задачу коротко у формі схеми:

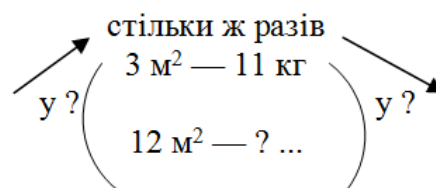
$$\begin{array}{l} 3 \text{ м}^2 — 11 \text{ кг} \\ 12 \text{ м}^2 — ? \end{array}$$

Учні пояснюють, що означають числа задачі і запитання. Далі з'ясується, чи розв'язували вони задачі такого виду, і згадується план розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного. Учні пробують знайти, скільки помідорів зібрали з 1 м^2 (значення однакової величини), але це зробити неможливо — 11 не ділиться на 3 націло. Виникає проблемна ситуація, яку допомагає розв'язати вчитель, пропонуючи виконати малюнок до задачі. Учні позначають кожний квадратний метр за 1 клітинку зошита; обводять 3 клітинки (це 3 м^2) і підписують під ними «11 кг»; обводять ще 3 клітинки і підписують під ними «11 кг»; ...

- Скільки разів по 3 клітинки ми повинні обвести? [Стільки, скільки разів по 3 міститься в 12, тобто 4 рази.]



- У скільки разів 12 м^2 більше, ніж 3 м^2 ? [У 4 рази: $12 : 3 = 4$.]
- У скільки разів більше зберуть врожаю з 12 м^2 , ніж з 3 м^2 ? [Так само, в 4 рази.]
- Скільки ж кілограмів помідорів зберуть з 12 м^2 ? [$11 \cdot 4 = 44 \text{ кг}$.]
- Про що ми дізналися першою дією? [У скільки разів площа другої ділянки більша, ніж площа першої ділянки. На цій підставі зробили висновок, що і врожаю з другої ділянки зібрали у стільки ж разів більше, ніж з першої.]
- Про що ми дізналися другою дією? [Другою дією ми дізналися, скільки кілограмів помідорів зібрали з другої ділянки, і відповіли на запитання задачі.]
- Спосіб розв'язання цієї задачі можна проілюструвати стрілочками на короткому записі:



- Розв'язуючи задачу, ми спочатку звернули увагу на відомі два числові значення однієї величини, площі; визначили, у скільки разів більше (менше) друге значення, ніж

перше. Зробили висновок, що й у стільки ж разів відрізняються і числові значення іншої величини. І, знаючи, у скільки разів більше (менше) шукане число від даного, відповіли на запитання задачі.

- Якою дією ми дізнаємося, у скільки разів більше (менше)? [Дією ділення.] У математиці вираз $a : b$ можна прочитати двома способами: «Частка чисел a і b » або «відношення a і b ».

- Це спосіб відношень. Хто здогадався, чому він так називається? [Ми за відношенням відомих двох значень однієї величини встановили, як відносяться значення іншої величини, і відповіли на запитання задачі.]

- Складіть задачу з цими самими числами, але з іншими величинами.
- Чи зміниться від цього розв'язання? Чому?
- Про що ми дізнаємося першою дією? Другою дією?
- Запишіть вираз для розв'язання цієї задачі.
- Складіть задачу з даними величинами, але з іншими числами, яка розв'язується способом відношень. Які вимоги повинні задовольняти числові данні? [Числові значення однієї величини для обох випадків повинні бути такими, щоб більше число ділилося без остачі на менше.]

- Про що ми дізнаємося першою дією? Другою дією?
- Запишіть розв'язання по діях з поясненням та виразом.
- Запишіть відповідь.

- Уважно прочитайте задачу

3 кг ячменю за поживністю замінюють 4 кг вівса. Скільки потрібно кілограмів ячменю, щоб замінити 120 кг вівса?

3 кг ячм. — 4 кг в.

? — 120 кг в.

- Чи схожа вона на задачі на знаходження четвертого пропорційного?
- Яким способом її можна розв'язати? Чому?
- За коротким записом поясніть числа задачі.
- Повторіть запитання задачі. Більше чи менше число, ніж 3, отримаємо у відповіді? Чому? [У відповіді отримаємо число, більше за 3. Тому що для того, щоб замінити 120 кг вівса, потрібно більше, ніж 3 кг ячменю, які замінюють лише 4 кг вівса.]

- У скільки разів більше? [У стільки, у скільки разів більше 120 кг вівса, ніж 4 кг вівса.]
- Розкажіть план розв'язування задачі.
- Розв'яжіть цю задачу способом відношень, записуючи розв'язання спочатку по діях з поясненням, а потім виразом.

Розв'язання:

1) $120 : 4 = 30$ — у стільки разів 120 кг більше, ніж 4 кг вівса;

2) $3 \cdot 30 = 90$ (кг) — ячменю потрібно, щоб замінити 120 кг вівса.

Або $3 \cdot (120 : 4) = 90$ (кг).

• Запишіть відповідь до задачі. [Відповідь: 90 кг ячменю потрібно, щоб замінити 120 кг вівса.]

• Складіть обернену задачу так, щоб невідомим було число 3.

3, 4, 120, $\boxed{90}$ — пряма задача.

$\boxed{3}$, 4, 120, 90 — перша обернена задача.

90 кг ячменю замінюють за поживністю 120 кг вівса. Скільки кілограмів ячменю замінять 4 кг вівса?

? — 4 кг в.

90 кг ячм. — 120 кг в.

- Поясніть числа задачі. Назвіть запитання.
- У відповіді отримаємо більше чи менше число? Чому?
- У скільки разів менше? [У стільки, у скільки разів 4 кг менше, ніж 120 кг.]
- Розкажіть план розв'язування задачі.

Розв'язання:

1) $120 : 4 = 30$ — у стільки разів 4 кг вівса менше, ніж 120 кг вівса;

2) $90 : 30 = 3$ (кг) — ячменю замінюють за поживністю 4 кг вівса.

Або $120 : 4 : 30 = 3$ (кг).

Відповідь: 3 кг.

• Складіть і розв'яжіть обернену задачу так, щоб шуканим було число 120.

3, 4, $\boxed{120}$, 90 — друга обернена задача.

3 кг ячменю за поживністю замінюють 4 кг вівса. Скільки необхідно кілограмів вівса, щоб замінити за поживністю 90 кг ячменю?

3 кг ячм. — 4 кг в.

90 кг ячм. — ?

Розв'язання:

1) $90 : 3 = 30$ — у стільки разів 90 кг ячменю більше, ніж 3 кг ячменю;

2) $4 \cdot 30 = 120$ (кг) — вівса замінюють за поживністю 90 кг ячменю.

Або $90 : 3 \cdot 30 = 120$ (кг).

Відповідь: 120 кг.

• Складіть і розв'яжіть обернену задачу так, щоб шуканим було число 4.

3, $\boxed{4}$, 120, 90 — третя обернена задача.

90 кг ячменю за поживністю замінюють 120 кг вівса. Скількома кілограмами вівса можна замінити 3 кг ячменю?"

3 кг ячм. — ?

90 кг ячм. — 120 кг в.

Розв'язання:

1) $90 : 3 = 30$ — у стільки разів 3 кг ячменю менше, ніж 90 кг;

2) $120 : 30 = 4$ (кг) — вівса можна замінити 3 кг ячменю.

Або $90 : 3 : 30 = 4$ (кг).

Відповідь: 4 кг.

• Що цікавого ви помітили? Що спільного в планах розв'язування всіх задач? [Першою дією ми дізнаємося, як відносяться два відомі значення однієї величини. Далі робимо висновок, що в цьому ж відношенні перебувають і числові значення іншої величини. Другою дією відповідаємо на запитання задачі.]

Задача

Довжина вулиці 800 м, а ширина 15 м. Вулицю покрили асфальтом. На кожні 100 м^2 потрібно 3 т асфальту. Скільки всього асфальту витратили для покриття вулиці?

Це задача на знаходження четвертого пропорційного, що розв'язується способом відношень; вона цікава тим, що площа вулиці невідома:

	Площа (м^2)	Маса асфальту на 1 м^2 (т)	Загальна маса асфальту (т)
I	?, $a = 800 \text{ м}$, $b = 15 \text{ м}$?
		однакова	
II	100 м^2		3 т

Після пояснення чисел та запитання задачі можна з'ясувати, чи схожа ця задача на задачу на знаходження четвертого пропорційного; що в ній незвичайного [Те, що невідоме значення площі в першому випадку]; чи можна її привести до звичайного вигляду [Так, обчисливши значення площі — перемножити довжину на ширину.]. Далі робота йде за звичайним планом.

На *ступені закріплення вміння* розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного способом відношень учням пропонуються і задачі, що розв'язуються двома способами.

Маса 50 однакових посилок 1 ц 50 кг. Яка маса 100 таких посилок?

При формуванні вмінь розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного учні не лише розв'язують задачі способом зведення до одиниці і способом відношень, можна ще й познайомити учнів з двома способами зведення до одиниці — прямим і оберненим. Спосіб прямого зведення до одиниці полягає в тому, що ми знаходимо величину однієї одиниці для тієї величини, до якої в задачі дано обидва значення. Спосіб оберненого зведення до одиниці призводить до того, що знаходять відповідне значення одиниці тієї величини, для якої в умові вказано лише одне дане (одне значення).

Наприклад, розглянемо таку **задачу**.

Із 40 кг борошна випекли 160 батонів. Скільки батонів випечуть з 240 кг борошна, якщо на кожний батон витратимуть однакову масу борошна?

1) *Спосіб прямого зведення до одиниці:*

	Загальна маса борошна (г)	Маса 1 батона (г)	Кількість батонів (шт.)
I	40 кг = 40 000 г		160 шт.
		однакова	
II	240 кг = 240 000 г		?

Розв'язання:

1) $40\ 000 : 160 = 250$ (г) — маса 1 батона;

2) $240\ 000 : 250 = 960$ — стільки штук батонів випечуть з $240\ 000$ г = 240 кг борошна.

Або $240\ 000 : (40\ 000 : 160) = 960$ (шт.).

2) *Спосіб оберненого зведення до одиниці:*

	Загальна маса борошна (г)	Кількість батонів з 1 кг борошна (шт.)	Кількість батонів (шт.)
I	40 кг		160 шт.
		однакова	
II	240 кг		?

Розв'язання:

1) $160 : 40 = 40$ (шт.) — батонів отримують з 1 кг борошна;

2) $40 \cdot 240 = 960$ (шт.) — батонів отримають з 240 кг борошна.

Або $160 : 40 \cdot 240 = 960$ (шт.).

3) *Спосіб відношень:*

40 кг — 160 шт.

240 кг — ?

Розв'язання:

1) $240 : 40 = 6$ — у стільки разів більше 240 кг борошна, ніж 40 кг борошна; тому шукане число у стільки ж разів більше, ніж 160.

2) $160 \cdot 6 = 960$ (шт.) батонів отримають з 240 кг борошна.

Або $160 \cdot (240 : 40) = 960$ (шт.)

Відповідь: 960 батонів випечуть з 240 кг борошна.