

Задачі на пропорційне ділення

Мета *підготовчої роботи* полягає в актуалізації знань, умінь та навичок, які необхідні під час розв'язування задач на пропорційне ділення, а саме:

- знання взаємозв'язку між основними групами величин, які перебувають у пропорційній залежності (ціна, кількість, вартість; маса одного предмета, число предметів, загальна маса; об'єм однієї посудини, число посудин, загальний об'єм; виробіток в одиницю часу, час, загальний виробіток; витрата тканини на одну річ, число речей, загальна витрата тканини; швидкість, час, відстань; маса врожаю з одиниці площі, площа, загальна маса врожаю);

- вміння розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного засобом зведення до одиниці:

- аналізуючи умову задачі, виділяти однакову величину;
- складати короткий запис задачі у формі таблиці;
- під час проведення пошуку розв'язання задачі усвідомити таке — для відповіді на запитання задачі треба знайти значення однакової величини, яке можна знайти за даними числовими значеннями двох величин стосовно іншого випадку.

Усі перелічені знання та вміння можливо актуалізувати під час розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного способом зведення до одиниці, наприклад.

1. За 7 метрів тканини заплатили 56 гривень. Скільки метрів такої самої тканини можна купити на 104 гривні?

2. Автомобіль за 6 годин проїхав 342 км. На скільки кілометрів більше він проїде за 9 годин, якщо буде їхати весь час з однаковою швидкістю?

3. За три дні швачка пошила 27 сарафанів. Скільки днів їй потрібно, щоб пошити 135 сарафанів, якщо вона буде працювати з тією ж продуктивністю?

Розв'язування задач нового виду — на пропорційне ділення, базується на чіткому вмінні розв'язувати задачі на знаходження четвертого пропорційного, тому що обидва види задач розв'язуються способом зведення до одиниці, тобто для того щоб відповісти на запитання задачі, треба знати величину однієї одиниці (наприклад: ціну, масу 1 ящика, продуктивність праці тощо), яка є однаковою величиною. Але в задачах на знаходження четвертого пропорційного однакову величину знаходимо за двома відомими величинами одного з випадків, про які йде мова в задачі. У задачах на пропорційне ділення нам не дані числові значення обох величин стосовно якогось випадку, за якими можна дізнатися про однакову величину. У цих задачах однакову величину ми знаходимо за загальними значеннями двох інших величин (за двома сумами), причому загальне значення (першу суму) однієї величини вже дано за умовою задачі, а загальне значення другої величини (другу суму) слід знайти за даними значеннями кожного з випадків, про які йде мова в задачі. Тому *на етапі підготовчої роботи* доцільно пропонувати учням спеціальні завдання такого типу.

- За два дні продали 15 платтів, за них всього отримали 450 гривень. Знайти ціну плаття.

- В одному класі 12 учнів, а в другому 15 учнів. Разом в учнів обох класів 135 підручників. Скільки підручників в одного учня, якщо кожен учень цих класів має однакову кількість підручників?

- З двох ділянок зібрали 120 кг картоплі. Площа першої ділянки становить 25 квадратних метрів, а другої — 15 квадратних метрів. Скільки кілограмів картоплі зібрали з 1 квадратного метра, якщо з кожного квадратного метра цих ділянок збирали однакову масу картоплі?

- У перший день на станцію прийшло 2 вагони з вугіллям, а у другий день — 3 вагони. Разом за два дні привезли 95 т вугілля. Знайти масу 1 вагона вугілля, якщо маса кожного вагона, що привезли в перший та другий дні, однакова.

Наведемо методику роботи над останньою задачею, починаючи з пошуку розв'язання задачі.

	Кількість вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса вугілля (т)
I	2 шт.		} 95т
		Однакова — ?	
II	3 шт.		} ?

- Як ми знайдемо однакову величину — масу 1 вагона? Згадайте, як ми знаходили однакову величину в попередніх задачах — задачах на знаходження четвертого пропорційного. Чи можна і в цій задачі таким же чином знайти значення однакової величини? [У попередніх задачах ми знаходили значення однакової величини за даними двох величин одного з випадків, про які говорилося в задачі: I день або II день. Але в цій задачі для кожного з випадків нам не дано значення обох величин, а лише є значення однієї величини для обох випадків — кількості вагонів і загальне значення другої величини — загальної маси вугілля, тому ми не можемо так само, як і раніш, знайти однакову величину.]

- Але для знаходження однакової величини — маси 1 вагона вугілля — треба все ж таки знати значення двох інших величин: загальної маси вугілля і кількості вагонів. Якщо ми не знаємо значення двох інших величин для кожного окремого випадку — I дня або II дня, може, застосувати значення цих величин не для кожного випадку окремо, а взагалі для обох? Які два числових значення потрібно знати, щоб знайти значення однакової величини? [Треба знати два числових значення: 1 — загальну масу вугілля, яку привезли за обидва дні (відомо, 95 т) та 2 — загальне значення кількості вагонів (невідомо).]

- Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? [Відповімо дією ділення, тому що, щоб знайти масу одного вагона, треба загальну масу розділити на загальну кількість вагонів.]

- Чи можна відповісти на це запитання відразу? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо загальну кількість вагонів, що прийшли на станцію за обидва дні.]

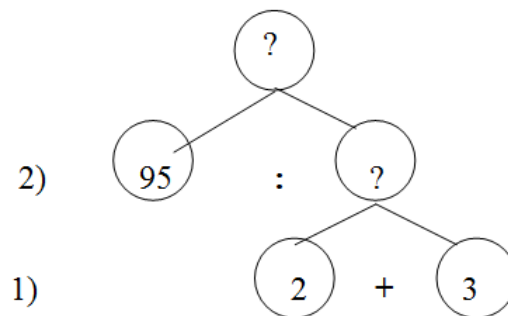
• Що потрібно знати, щоб знайти загальне значення кількості вагонів? [Треба знати два числових значення: 1 — кількість вагонів, які привезли першого дня (2) та 2 — кількість вагонів, які привезли другого дня (3).]

• Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? [Відповімо дією додавання.]

• Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.]

• Складіть план розв'язання задачі. [Першою дією ми дізнаємося про загальну кількість вагонів, що прийшли на станцію за два дні. Другою дією ми відповімо на запитання задачі — знайдемо масу вугілля в I вагоні.]

Міркування ілюструються схемою аналізу:



Якщо на етапі підготовчої роботи розв'язувати з учнями задачі такого типу, тоді при ознайомленні з даним видом задач учням залишиться перенести вже відомий засіб знаходження однакової величини в нову ситуацію.

Таким чином, розв'язуючи такі задачі та аналогічні їм, ми формуємо в дітей уміння знаходити однакову величину — величину однієї одиниці за загальними значеннями двох інших величин, яке є складовою частиною вміння розв'язувати задачі на пропорційне ділення.

Ознайомлення учнів із задачами на пропорційне ділення

Загальноприйнятою в методиці математики є думка про те, що при ознайомленні із задачами на пропорційне ділення краще пропонувати їх не в готовому вигляді, а складати разом з дітьми із задачі на знаходження четвертого пропорційного. Що, у свою чергу, допоможе дітям побачити зв'язки між задачами цих видів, а це скоріше приведе учнів до узагальнення засобу їх розв'язування: для відповіді на запитання задач нового виду теж треба знати значення однакової величини, а тут його неможливо знайти за даними двох величин одного з випадків, про які йде мова в задачі, тобто засіб знаходження значення однакової величини в цих задачах інший — за загальною кількістю двох величин.

Таким чином, короткий запис задачі на знаходження четвертого пропорційного перетворюється в короткий запис задачі на пропорційне ділення, та діти складають за ним умову задачі нового виду.

Розглянемо докладно методику ознайомлення.

Завдання 1

Скласти задачу за коротким записом, який подано на дошці:

	Кількість вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса вугілля (т)
I	2 шт.		38т
		однакова	
II	3 шт.		?

Діти складають задачу: першого дня на базу привезли 2 вагони вугілля, маса якого 38 т. Другого дня привезли 3 таких самих вагони вугілля. Скільки вугілля привезли другого дня? Ця задача розв'язується усно, та діти дізнаються про те, що в 2 день привезли 57 т вугілля. В короткому запису попередньої задачі вчитель замість знака запитання записує знайдене числове значення:

	Кількість вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса вугілля (т)
I	2 шт.		38т
		однакова	
II	3 шт.		57 т

Після цього вчитель пропонує учням дізнатися про те, скільки вугілля привезли на базу за два дні.

Діти дізнаються, що за два дні на базу привезли 95 т вугілля. Це числове значення заноситься в короткий запис:

	Кількість вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса вугілля (т)
I	2 шт.		?
		однакова	} 95 т
II	3 шт.		?

Таким чином, короткий запис задачі на знаходження четвертого пропорційного поступово перетворюється на короткий запис задачі на пропорційне ділення.

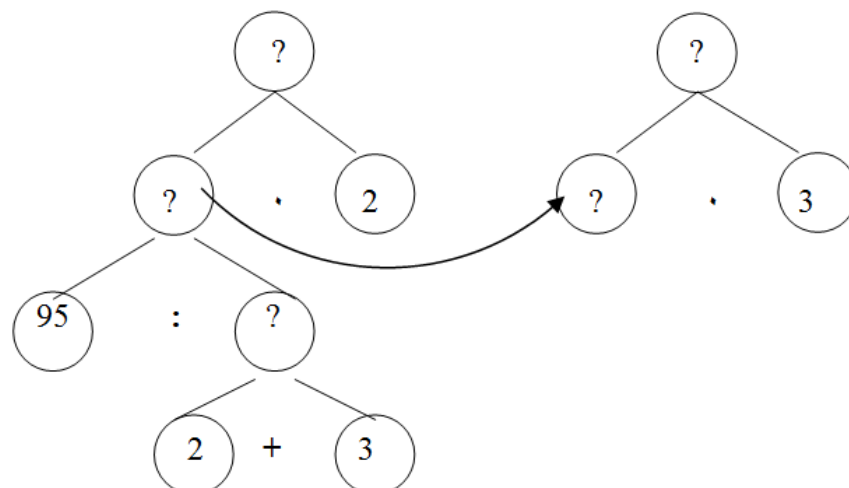
Діти під керівництвом учителя складають задачу за коротким записом: «За два дні на базу привезли 95 т вугілля. У перший день привезли 2 вагони, а в другий день — 3 вагони. Скільки тон вугілля привезли кожного дня, якщо маса 1 вагона була однаковою?»

Учитель повідомляє, що задача, яку складено — це задача нового виду, на пропорційне ділення. Він зауважує, що ці задачі не зовсім звичайні: у них запитання утримує слово «кожен», і тому воно розпадається на два запитання. А якщо в задачі два запитання, то отримаємо і дві відповіді.

- За коротким записом поясни числа задачі. Що позначає однакова величина? [Число 2 позначає кількість вагонів з вугіллям, які було привезено першого дня. Число 3 позначає кількість вагонів з вугіллям, які було привезено другого дня. Число 95 позначає загальну масу вугілля, яке привезли за обидва дні. Однакова величина позначає, що маса 1 вагона вугілля однакова і в перший, і у другий день, тобто кожен вагон вміщує однакову кількість тон вугілля.]

- Яке запитання задачі? [Скільки тонн вугілля привезли кожного дня?]
- На які два запитання воно розпадається? [1. Скільки тон вугілля привезли першого дня? 2. Скільки тон вугілля привезли другого дня?]

- Чи можливо відразу відповісти на два запитання? [Ні, неможливо.]
 - Тому відповімо спочатку на 1 запитання, а потім відповімо на 2 запитання. Подумай, що достатньо знати, щоб відповісти на перше запитання задачі: «Скільки тон вугілля привезли на базу першого дня?» [Треба знати два числових значення: 1 — масу 1 вагона (невідомо) та 2 — скільки вагонів привезли першого дня (2).]
 - Якою арифметичною дією відповімо на 1 запитання задачі? [Дією множення, тому що, щоб знайти загальну масу, треба масу 1 вагона помножити на кількість вагонів.]
 - Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо однакову величину — масу 1 вагона.]
 - Що потрібно знати, щоб знайти однакову величину — масу одного вагона? [Треба знати два числових значення: 1 — загальну масу вугілля, яку привезли за обидва дня (95 т) та 2 — загальне значення кількості вагонів (невідомо).]
 - Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? [Відповімо дією ділення, тому що, щоб знайти масу одного вагона, треба загальну масу розділити на загальну кількість вагонів.]
 - Чи можна відповісти на це запитання відразу? [Ні, не можна, тому що ми не знаємо загальне значення кількості вагонів.]
 - Що потрібно знати, щоб знайти загальне значення кількості вагонів? [Треба знати два числових значення: 1 — кількість вагонів, які привезли першого дня (2) та 2 — кількість вагонів, які привезли другого дня (3).]
 - Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? [Відповімо дією додавання.]
 - Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Можна, тому що нам відомі обидва числові значення.]
 - Чи на всі запитання задачі ми відповіли? Що достатньо знати, щоб відповісти на друге запитання задачі? [Достатньо знати два числових значення: 1 — масу одного вагона (ми її знайдемо, коли будемо відповідати на перше запитання задачі) та 2 — кількість вагонів, які привезли другого дня (3).]
 - Якою арифметичною дією відповімо на це запитання? [Дією множення.]
- Міркування учнів ілюструються на схемі аналізу:



Складіть план розв'язання задачі. [Першою дією ми дізнаємося про загальну кількість вагонів з вугіллям, які було привезено за два дні. Другою дією ми дізнаємося про значення однакової величини, тобто про масу вугілля в 1 вагоні. Третьою дією ми дізнаємося про масу вугілля, яку було привезено першого дня. Четвертою дією ми дізнаємося про масу вугілля, яку було привезено другого дня.]

- Запишіть розв'язок задачі по діях з поясненням.

1) $2 + 3 = 5$ (ваг.) — всього привезли за два дні;

2) $95 : 5 = 19$ (т) — маса 1 вагона;

3) $19 \cdot 2 = 38$ (т) — привезли в I день.

4) $19 \cdot 3 = 57$ (т) — привезли у II день.

Відповідь: 38 т вугілля привезли першого дня, 57 т вугілля привезли другого дня.

- Складіть задачу з тими самими числами, але про купівлю шкарпеток для дівчаток та хлопчиків. Якщо в задачі йде мова про купівлю, то які величини вона містить? [Ціна, кількість, вартість.]

Учитель вносить зміни в короткий запис задачі:

	Кількість (шт.)	Ціна (грн)	Вартість (грн)
Дівч.	2 шт.		?
		однакова	} 95 грн
Хлоп.	3 шт.		?

За шкарпетки для дівчаток та хлопчиків сплатили 95 грн. Для дівчат купили 2 пари шкарпеток, а для хлопчиків — 3 пари шкарпеток. Скільки сплатили за шкарпетки для дівчат і скільки — для хлопчиків, якщо ціна шкарпеток однакова?

- Чи є необхідність розв'язувати цю задачу? [Розв'язання цієї задачі є вже на дошці! Треба виправити пояснення.]

1) $2 + 3 = 5$ (шт.) — усього купили шкарпеток;

2) $95 : 5 = 19$ (грн) — ціна 1 пари шкарпеток;

3) $19 \cdot 2 = 38$ (грн) — вартість шкарпеток для дівчат;

4) $19 \cdot 3 = 57$ (грн) — вартість шкарпеток для хлопчиків.

Відповідь: 38 грн сплатили за шкарпетки для дівчинок і 57 грн — за шкарпетки для хлопчиків.

- Порівняйте пояснення в першій та другій задачах. Що цікавого ви помітили? [Першою дією ми дізналися про друге загальне значення (другу суму). Другою дією ми дізналися про однакову величину. Третьою дією ми відповіли на перше запитання задачі, а четвертою — на друге запитання задачі.]

- Змінимо числові значення в цій задачі і ключові слова.

	Кількість (шт.)	Ціна (грн)	Вартість (грн)
Ч.	5 шт.		?
		однакова	} 144 грн
С.	7 шт.		?

Купили 5 червоних ручок і 7 синіх, за всі ручки сплатили 144 грн. Скільки сплатили за червоні ручки і скільки сплатили за сині ручки, якщо ціна ручок однакова?

- Порівняйте цю задачу з попередньою. Що цікавого ви побачили? [В обох задачах іде мова про купівлю, тому вони містять однакові величини. В обох задачах є однакова величина, щодо кількості дано два числові значення (для кожного з випадків), а щодо вартості — лише загальне значення (перша сума); значення вартості для обох випадків треба знайти. У цих задачах два запитання.]

- Порівняйте цю задачу з першою задачею. Що в них спільного? [У них дуже схожі структури коротких записів — обидві таблиці, які містять пропорційні величини, одна з величин є однаковою для обох випадків; до однієї з величин дано два значення (стосовно кожного випадку), а для іншої — лише загальне значення (перша сума); значення цієї величини для кожного з випадків є шуканими. Ця задача містить два запитання.]

- Якщо ці задачі дуже схожі за математичною структурою, то вони належать до одного виду — до *задач на пропорційне ділення*. Отже, як упізнати задачу на пропорційне ділення? Що в ній повинно бути? [Повинні бути два випадки (два ключових слова); три пропорційні величини, одна з яких є однаковою для обох випадків; стосовно іншої величини дано два значення, а для третьої — загальне значення (перша сума); треба відшукати значення цієї величини для кожного з двох випадків. Ці задачі містять два запитання.]

- Як ми розв'язуємо задачі на пропорційне ділення? За яким планом? [Першою дією дізнаємося про загальне значення іншої величини (другу суму). Другою дією дізнаємося про значення однакової величини за двома сумами. Третьою дією відповімо на перше запитання задачі, а четвертою — на друге запитання задачі.]

- Розкажіть план розв'язування цієї задачі і розв'яжіть її.

З метою формування вмінь розв'язувати задачі на пропорційне ділення першого виду учні читають задачу, складають її короткий запис у формі таблиці, «впізнають» усі істотні ознаки задач на пропорційне ділення і згадують план розв'язування задач цього виду, а потім застосовують його під час розв'язування конкретної задачі.

Коли діти навчилися розв'язувати задачі на пропорційне ділення першого виду, їм пропонується перетворити задачу першого виду на задачу на пропорційне ділення другого виду. Розглянемо методику роботи докладно.

Повернемося до розв'язання задачі:

	Кількість вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса вугілля (т)
I	2 шт.		} 95 т
		однакова	
II	3 шт.		} ?

Розв'язання:

1) $2 + 3 = 5$ (ваг.) — усього привезли за 2 дні.

2) $95 : 5 = 19$ (т) — маса 1 вагона.

3) $19 \cdot 2 = 38$ (т) — привезли у I день.

4) $19 \cdot 3 = 57$ (т) — привезли у II день.

Учитель пропонує розглянути зміни в короткому записі задачі та скласти задачу за таблицею.

	Кількість вагонів (шт.)	Маса 1 вагона (т)	Загальна маса вугілля (т)
I	?	однакова	38 т
		5 шт.	
II	?	однакова	57 т

• Уважно розгляньте короткий запис цієї та попередньої задач. Порівняйте їх. Чим вони схожі? Чим відрізняються? [Схожі вони тим, що в них описується однакова ситуація, в обох задачах іде мова про кількість вагонів, загальну масу вугілля, причому вугілля перевозили в однакових вагонах два дні. Відрізняються — те, що було відомо в першій задачі, невідомо у другій.]

• Ці задачі також мають два випадки; три пропорційні величини, одна з яких є однаковою для обох випадків; стосовно однієї величини дано два числові значення, а для іншої — загальне значення. Ця задача має два запитання. Це задача того самого виду — на пропорційне ділення. За яким планом розв'язуються задачі на пропорційне ділення? [Першою дією дізнаємося про загальне значення другої величини (другу суму). Другою дією дізнаємося про однакову величину, третьою дією відповімо на перше запитання задачі, а четвертою — на друге запитання задачі.]

• Розкажіть план розв'язування даної задачі. [Першою дією дізнаємося про загальне значення маси вугілля. Другою дією дізнаємося про масу 1 вагона. Третьою дією дізнаємося про кількість вагонів у перший день, а четвертою — у другий день.]

• Запишіть розв'язання цієї задачі.

Розв'язання:

1) $38 + 57 = 95$ (т) — усього привезли вугілля за два дні;

2) $95 : 5 = 19$ (т) — маса 1 вагона;

3) $38 : 19 = 2$ — вагони привезли в I день;

4) $57 : 19 = 3$ — вагони привезли у II день.

Відповідь: 2 вагони вугілля привезли в I день, 3 вагони вугілля привезли у II день.

• Порівняйте розв'язання цих задач. Що в них спільного? Що відмінного? [Спільні дві перші дії. Перша дія — додавання, а друга — ділення. Відрізняються двома останніми діями: у першій задачі дві останні дії множення, а у другій — ділення.]

• Але ми зазначили, що обидві задачі — на пропорційне ділення. Для того щоб відрізнити ці задачі, домовилися вважати задачі, у яких дві останні дії множення, задачами першого виду, а задачі, у яких дві останні дії ділення — другого виду.

Далі учні розв'язують задачі другого виду. Після їх розв'язання задачі на пропорційне ділення другого виду перетворюємо на задачі, у яких дві останні дії множення, або вимагаємо скласти задачу першого виду.