

СПІВСТАВЛЕННЯ ЗАДАЧ НА РУХ ТА ЗАДАЧ НА СПІЛЬНУ РОБОТУ

З метою підведення учнів до можливості порівнювати задачі на рух із задачами на спільну роботу, а також перетворювати задачі на рух у задачу на спільну роботу, і навпаки, учні знайомляться з табличною формою короткого запису задач на рух, учаться складати за таблицею дві задачі на рух (на рух назустріч і на рух у протилежних напрямках)

За кожною з цих таблиць можна скласти дві задачі: задачу на одночасний рух назустріч і задачу на одночасний рух у протилежних напрямках; причому ці задачі мають однакову математичну модель.

З метою узагальнення способів розв'язування задач на рух та задач на спільну роботу можна здійснити зіставлення задач на спільну роботу, у яких продуктивність спільної праці являє собою суму продуктивностей виконавців, із задачами на одночасний рух у різних напрямках.

Учням пропонуються для розв'язання пари задач із однаковими числовими даними, але перша задача — задача на рух, а друга задача — на спільну роботу.

1) Із двох станцій одночасно назустріч один одному виїхали два товарних потяги і зустрілися через 5 год. Перший потяг рухався зі швидкістю 29 км/год, а другий — 35 км/год. Яка відстань між станціями?	2) Два робітники виконали планове завдання за 5 год, працюючи разом. Перший робітник виготовляв 29 деталей щогодини, а другий — 35 деталей щогодини. Скільки деталей становило планове завдання?
---	--

Школярі записують кожен задачу коротко у вигляді таблиці і, порівнюючи короткі записи, помічають схожість математичних структур цих задач. Після розв'язання задач двома способами, якщо це можливо, знову здійснюється порівняння і робиться висновок про те, що ці задачі мають однакові розв'язання.

Спочатку учням пропонується пари задач на знаходження відстані при одночасному русі назустріч (а потім й у протилежних напрямках) та на знаходження загального виробітку спільної праці. Потім — на знаходження часу руху при русі назустріч (при русі в протилежних напрямках) та на знаходження часу спільної

праці. I, нарешті, на знаходження швидкості руху одного з тіл при русі назустріч (при русі в протилежних напрямках) та на знаходження продуктивності праці одного з виконавців.

Така робота надає можливість узагальнити математичну структуру та способи розв'язування задач на одночасний рух та задач на спільну роботу

		продукт пр. швидкість	Час
I		$\frac{N_1}{V_1}$	
II		$\frac{N_2}{V_2}$	
I і II	$\frac{A}{S}$?	t

1 спосіб	2 спосіб
$A = N_1 \cdot t + N_2 \cdot t$ $S = V_1 \cdot t + V_2 \cdot t$	$A = (N_1 + N_2) \cdot t$ $S = (V_1 + V_2) \cdot t$
	$t = A : (N_1 + N_2)$ $t = S : (V_1 + V_2)$
$N_1 = (A - N_2 \cdot t) : t$ $N_2 = (A - N_1 \cdot t) : t$ $V_1 = (S - V_2 \cdot t) : t$ $V_2 = (S - V_1 \cdot t) : t$	$N_1 = A : t - N_2$ $N_2 = A : t - N_1$ $V_1 = S : t - V_2$ $V_2 = S : t - V_1$

Узагальнена таблиця та способи розв'язування задач на спільну роботу та на одночасний рух у різних напрямках (t_1 — час роботи або час руху першого об'єкта; t_2 — час роботи або час руху другого об'єкта; t — час спільного руху або час спільної праці; A — загальний виробіток; S — подоланий шлях між тілами на момент початку або на момент закінчення руху)

Істотні спільні ознаки задач на спільну роботу та на одночасний рух у різних напрямках. Ці задачі містять:

- три пропорційні величини: $\frac{\text{загальний виробіток}}{\text{відстань}}$, $\frac{\text{продуктивність праці}}{\text{швидкість}}$, час $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$;
- три випадки: перші два стосуються $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$ кожного з двох об'єктів, а третій — їх спільної $\frac{\text{роботи}}{\text{руху}}$;
- чотири числові значення: $\frac{\text{продуктивність праці}}{\text{швидкість руху}}$ першого об'єкта, $\frac{\text{загальний виробіток}}{\text{загальна відстань}}$ другого об'єкта, $\frac{\text{продуктивність праці}}{\text{швидкість руху}}$ при їх $\frac{\text{спільній праці}}{\text{спільному русі}}$ та час $\frac{\text{спільної роботи}}{\text{спільного руху}}$; три з них дано, а одне є шуканим.

Також з метою узагальнення способів розв'язування задач на спільну роботу та рух здійснюємо *перетворення задачі на рух у задачу на спільну роботу*. Перетворення задачі на спільну роботу у задачу на рух. Учням пропонуються три задачі на одночасний рух у різних напрямках: на знаходження відстані, на знаходження швидкості та на знаходження часу руху. Ці задачі школярі перетворюють відповідно до задачі на знаходження загального виробітку спільної праці, на знаходження продуктивності одного з виконавців та на знаходження часу спільної праці. При перетворенні задач на спільну роботу у задачі на одночасний рух у різних напрямках до кожної задачі на спільну роботу учні складають по дві задачі на рух — на рух назустріч та на рух у протилежних напрямках. Учитель вимагає записати розв'язання кожної задачі виразами, учні застосовують висновки, які були зроблені на попередньому етапі навчання, і складають до пари задач лише один вираз до кожного способу розв'язування.

Перетворення задачі на спільну роботу, у якій не дано продуктивності кожного виконавця, у відповідні задачі (ускладнені) на рух.

Учням пропонується задача:

У басейні 2520 л води. Один насос може викачати цю воду за 21 хв., а другий — за 28 хв. За скільки хвилин викачають цю воду обидва насоси, працюючи разом?

Учні встановлюють, що це задача на спільну роботу на знаходження часу спільної праці; записують її коротко 4 формі таблиці і розв'язують її. Далі вчитель пропонує перетворити дану задачу у задачу на одночасний рух назустріч.

Відстань між будинками двох хлопчиків становить 2520 м. Перший хлопчик проходить цей шлях за 21 хв., а другий — за 28 хв. Через скільки хвилин хлопчики зустрінуться, якщо вони вирушать одночасно назустріч один одному?

Діти вносять зміни в короткий запис попередньої задачі; формулюють отриману задачу і з'ясовують, як зміна формулювання задачі вплине на її розв'язання: арифметичні дії не зміняться, але зміняться пояснення до них. Школярі формулюють план розв'язування задачі на знаходження часу зустрічі при одночасному русі назустріч і вносять зміни в розв'язання задачі на спільну роботу. Робота над задачею на цьому не припиняється — радимо учням за таблицею скласти задачу на одночасний рух у протилежних напрямках і дослідити, як ця зміна вплине на розв'язання задачі. Наприклад:

Шлях між будинками двох хлопчиків повз школу становить 2520 м. Якщо вони одночасно виходять зі школи, то й одночасно приходять додому. Два хлопчики одночасно вийшли зі школи і пішли в протилежних напрямках до власних будинків. Перший хлопчик проходить увесь цей шлях за 21 хв., а другий — за 28 хв. Через скільки хвилин хлопчики будуть вдома?

При цьому розв'язання попередньої задачі майже не змінюється, треба змінити лише пояснення до третьої дії.

Далі визначається, чим відрізняється розв'язання цих двох задач на рух від розв'язання звичайних задач на знаходження часу при одночасному русі. Задачі на знаходження часу ми розв'язували двома діями. Ці задачі дещо ускладнені — у них не дано швидкості кожного тіла, а дано для кожного з них час та подолааний шлях. Тому для розв'язання таких задач треба виконати додатково ще дві дії, щоб знайти швидкості руху кожного тіла.

Порівнявши розв'язання трьох задач (вирази), доходимо висновку, що задачі на знаходження часу при спільній роботі та на знаходження часу руху при одночасному русі в різних напрямках мають одну й ту саму математичну структуру та одну математичну модель

Далі пропонується задача на спільну роботу, у якій шуканим є загальний виробіток при спільній праці:

Перша бригада проклала за 3 дні 120 м дороги, а друга за 4 дні — 200 м дороги. Скільки метрів дороги прокладуть за 2 дні обидві бригади, якщо працюватимуть разом?

Після розв'язування задачі двома способами радимо учням змінити величини та перетворити цю задачу в задачу на одночасний рух у протилежних напрямках.

Відстань між воротами спортивного майданчика становить 120 м. Хлопчик долає шлях між воротами за 3 хв., а дівчинка — за 4 хв. Яка відстань буде між хлопчиком і дівчинкою через 2 хв., якщо вони вирушили одночасно в протилежних напрямках від центра майданчика?

Учні з'ясовують, як зміна формулювання впливає спочатку на перший спосіб, а потім і на другий спосіб розв'язування задачі; формулюють план розв'язування кожним способом і вносять зміни в розв'язання попередньої задачі. Складаємо ще одну задачу на рух — на одночасний рух назустріч.

Хлопчик долає відстань 120 м за 3 хв., а дівчинка — за 4 хв. Від протилежних воріт спортивного майданчика одночасно назустріч

один одному вирушили хлопчик і дівчинка і зустрілися через 2 хв. Яка відстань між воротами спортивного майданчика?

Від цього перший спосіб розв'язування не змінюється, а в другому способі треба змінити пояснення лише до третьої дії.

Школярі встановлюють, чим відрізняються одержані задачі від «звичайних» задач на одночасний рух на знаходження відстані, у чому полягає ускладнення цих задач, і як воно впливає на розв'язання задачі.

Порівнявши задачі на знаходження загального виробітку при спільній роботі та на знаходження відстані при одночасному русі в різних напрямках, учні доходять висновку, що вони мають одну й ту саму математичну структуру та одну математичну модель

Після цього можна ще розв'язати задачу на спільну роботу на знаходження часу самостійної праці одного з виконавців, а потім і задачу на знаходження загального виробітку одного з виконавців.

Обидва насоси викачали 4800 відер води за 15 год роботи. За скільки годин викачає цю воду перший насос, якщо другий насос це може зробити за 24 год роботи?

Майстер і учень виготовили 286 деталей за 11 робочих годин. Скільки деталей може виготовити учень за 6 год роботи, якщо майстер за 2 год виготовляє 42 деталі?

Після розв'язання кожної задачі, так само як і в попередніх випадках, учні перетворюють її в задачу на одночасний рух назустріч та в протилежних напрямках; узагальнюють їхні математичні структури і способи розв'язування.