

Задачі на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох часток (кількості або часу)

Задачі на знаходження суми двох часток вводяться на основі порівняння із задачами на знаходження суми двох добутоків і з'ясування впливу зміни тексту задачі на її розв'язання. Отже, учням пропонується перша задача на знаходження суми двох добутоків, а друга задача — на знаходження суми двох значень кількості або часу.

Наприклад:

1) Господарка привезла на базар 4 великих ящика помідорів по 9 кг у кожному і 8 маленьких ящиків по 4 кг у кожному. Скільки всього кілограмів помідорів привезла господарка на базар?	2) Господарка привезла на базар 36 кг помідорів у великих ящиках по 9 кг у кожному та 32 кг — у маленьких ящиках по 4 кг у кожному. Скільки всього ящиків з помідорами привезла на базар господарка?
---	--

Учні визначають, що змінюються перші дві дії — множення змінюється на ділення, а третя дія лишається додаванням. Записавши вираз і прочитавши його, учні з'ясовують назву задач цієї математичної структури — задачі на знаходження суми двох часток.

Подальша робота відбувається шляхом зміни запитання другої задачі і отримання третьої задачі на різниціве порівняння двох часток.

Наприклад:

3) Господарка привезла на базар 36 кг помідорів у великих ящиках по 9 кг у кожному та 32 кг — у маленьких ящиках по 4 кг у кожному. На скільки більше маленьких ящиків з помідорами, ніж великих, привезла на базар господарка?

Досліджується вплив зміни запитання на розв'язання задачі: змінилася третя дія — дія додавання замінюється дією віднімання. Ще раз змінюємо запитання третьої задачі і отримуємо четверту задачу на кратне порівняння двох часток.

Наприклад:

4) Господарка привезла на базар 36 кг помідорів у великих ящиках по 9 кг у кожному та 32 кг — у маленьких ящиках по 4 кг у кожному. У скільки разів більше маленьких ящиків, ніж великих, привезла на базар господарка?

Вивчаємо вплив цієї зміни на розв'язання задачі: змінюється остання дія — дія віднімання замінюється на дію ділення. Порівнявши всі задачі (2, 3, 4) та їх розв'язання, діти узагальнюють математичну структуру таких задач на основі визначення істотних ознак і план їх розв'язування (мал. 1).

Істотні ознаки задач даних математичних структур

1) Для першого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та величини однієї одиниці виміру чи рахунку.

2) Для другого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та величини однієї одиниці виміру чи рахунку.

3) Шуканим є $\frac{\text{сума}}{\text{різницева чи кратне відношення}}$ значень кількості або часу для обох випадків.

До кожної задачі складаємо і розв'язуємо обернені задачі і здійснюємо узагальнення більш високого порядку, наприклад, порівнявши обернені задачі на знаходження $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного порівняння}}$ двох часток, у яких шуканою є величина однієї одиниці, узагальнюємо їх математичні структури та плани розв'язування (мал. 2).

Істотні ознаки задач даних математичних структур

1) Для одного з випадків дано значення двох величин: загальної величини та величини однієї одиниці виміру чи лічби.

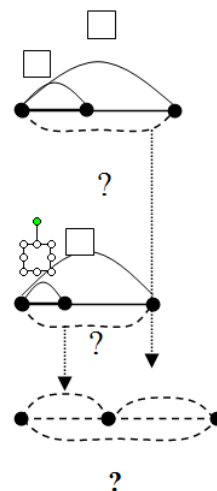
2) Для іншого випадку дано лише значення загальної величини, а значення величини однієї одиниці є шуканим.

3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного відношення}}$ кількостей або часу в обох випадках.

Таким чином, нами запропонована робота з перетворення задач однієї математичної структури в іншу, із порівняння аналогічних математичних структур задач, визначення їх спільних істотних ознак та узагальнення планів розв'язування. Під час цієї роботи можна очікувати, що в деяких учнів дія визначення істотних ознак та узагальнення математичної структури задачі та дія узагальнення способу розв'язування задачі набуває подальшого засвоєння у формі зовнішнього мовлення про себе. Решта учнів засвоює ці дії у формі голосного мовлення на матеріалі задач на знаходження суми або різницева чи кратне порівняння двох часток (значень величини однієї одиниці виміру чи лічби).

Задачі на знаходження суми двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="text"/>	<input type="text"/>	?
			} ?
II	<input type="text"/>	<input type="text"/>	?



Задачі на різницеве порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
			На ?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?

Задачі на кратне порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
			у?
II	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?

План розв'язування

Знаходимо:

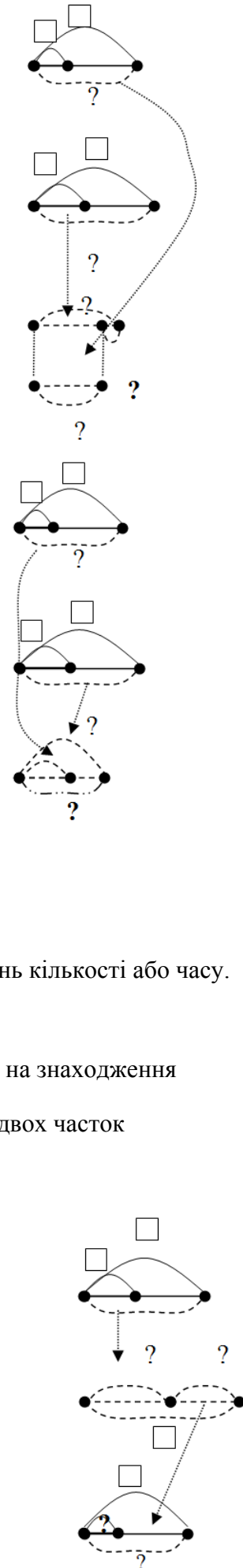
- 1) кількість або час в одному випадку, дією ділення;
- 2) кількість або час в іншому випадку, дією ділення;
- 3) $\frac{\text{суму}}{\text{різницеве чи кратне відношення}}$ двох числових значень кількості або часу.

Мал. 1. Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження

$\frac{\text{суми}}{\text{різницєвого чи кратного порівняння}}$ двох часток

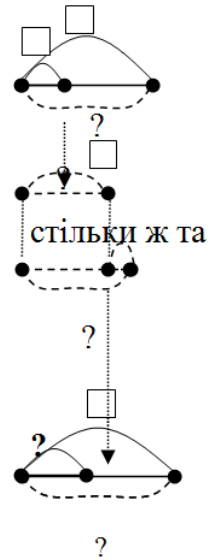
Обернені задачі до задач на знаходження суми двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
			} <input type="checkbox"/>
II	<input type="checkbox"/>	?	?



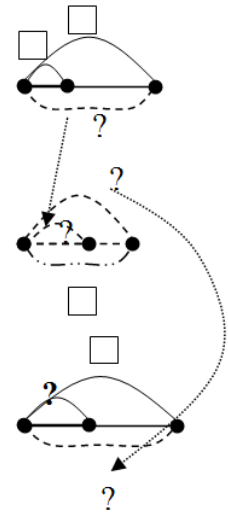
Обернені задачі до задач на різницеve порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	?	?, на <input type="checkbox"/> б. (м.)



Обернені задачі до задач на кратне порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	?
II	<input type="checkbox"/>	?	?, у <input type="checkbox"/> р. б. (м.)



План розв'язування

Знаходимо:

- 1) кількість або час в одному випадку;
- 2) кількість або час в іншому випадку;
- 3) величину однієї одиниці вимірювання чи рахунку, відповімо на запитання задачі.

Мал. 2. Опорна схема та план розв'язування обернених задач на знаходження

$\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного порівняння}}$ двох часток,
 у яких шуканою є величина однієї одиниці

Задачі на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох часток (значень величини однієї одиниці виміру або лічби)

Методика аналогічна описаній вище. Учням пропонуються дві задачі: перша — на різниці порівняння двох кількостей, а друга — на різниці порівняння значень величин однієї одиниці.

Наприклад:

1) Господарка надоїла від кіз 10 л молока, по 5 л від кожної, а від корів — 30 л молока, по 10 л від кожної. На скільки більше корів, ніж кіз подоїла господарка?	2) Від двох кіз надоїли 10 л молока, а від трьох корів — 30 л молока. Коза чи корова дає молока більше і на скільки?
---	--

Учні записують обидві задачі коротко, розв'язують першу задачу і порівнюють другу задачу з першою. Визначають відмінності другої задачі від першої і з'ясовують, як ці відмінності впливають на розв'язання другої задачі. У цій задачі так само слід знайти різниці відношення двох часток, але це інші частки; арифметичні дії та їхній порядок у розв'язанні не змінюються, але змінюється їхній зміст.

Подальше перетворення другої задачі йде шляхом зміни її запитання і отримання задачі на кратне порівняння двох часток (величин однієї одиниці), а потім — і на знаходження суми двох часток (величин однієї одиниці).

3) Від двох кіз надоїли 10 л молока, а від трьох корів — 30 л молока. Коза чи корова дає молока більше і у скільки разів більше?

4) Від двох кіз надоїли 10 л молока, а від трьох корів — 30 л молока. Скільки літрів молока надоїли від корови і кози разом?

Порівнявши математичні структури та розв'язання задач 2–4, узагальнюємо їхні математичні структури та план розв'язування (мал. 3).

Істотні ознаки задач даних математичних структур

1) Для першого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та кількості або часу.

2) Для другого випадку відомі значення двох величин: загальної величини та кількості або часу.

3) Шуканим є $\frac{\text{сума}}{\text{різниці чи кратне відношення}}$ значень величин однієї одиниці вимірювання або лічби для обох випадків.

Далі складаємо і розв'язуємо обернені задачі до кожної з трьох задач. Результати узагальнення математичних структур і планів розв'язування задач, обернених до задач на різниці порівняння двох часток, на знаходження загальної величини подано на мал. 4.

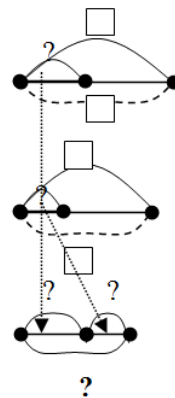
Істотні ознаки задач даних математичних структур

1) Для одного з випадків дано значення двох величин: загальної величини та кількості або часу.

2) Для іншого випадку дано лише значення кількості або часу, а значення загальної величини є шуканим.

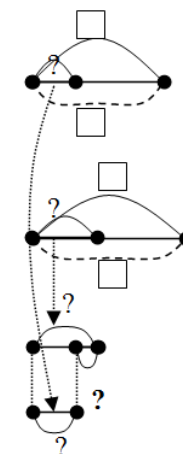
Задачі на знаходження суми двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>
		} ?	
II	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>



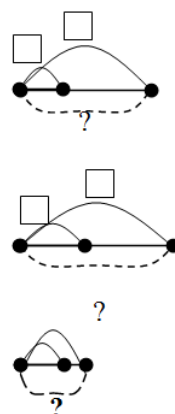
Задачі на різницеве порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>
		На ?	
II	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>



Задачі на кратне порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>
		У ?	
II	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>



План розв'язування

Знаходимо:

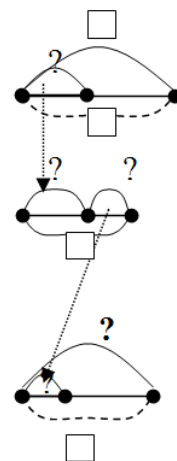
- 1) величину однієї одиниці в одному випадку дією ділення;
- 2) величину однієї одиниці в іншому випадку.

3) $\frac{\text{суму}}{\text{різнице́ве чи кратне відношення}}$ двох числових значень одиниць вимірювання або лічби.

Мал. 3. Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного порівняння}}$ двох часток (величин однієї одиниці)

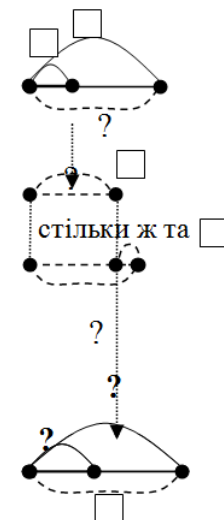
Обернені задачі до задач на знаходження суми двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>
		} <input type="checkbox"/>	
II	?	?	<input type="checkbox"/>



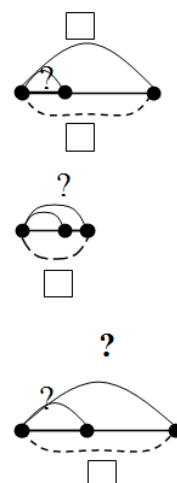
Обернені задачі до задач на різнице́ве порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>
II	?	?, на <input type="checkbox"/> б. (м.)	<input type="checkbox"/>



Обернені задачі до задач на кратне порівняння двох часток

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="checkbox"/>	?	<input type="checkbox"/>
II	?	?, у <input type="checkbox"/> р. б.м.)	<input type="checkbox"/>



План розв'язування

Знаходимо:

- 1) значення величини однієї одиниці в одному випадку;
- 2) значення величини однієї одиниці в іншому випадку;
- 3) значення загальної величини, відповімо на запитання задачі.

Мал. 4. Опорні схеми обернених задач на знаходження

$\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного порівняння}}$ двох часток,
у якій шуканою є загальна величина

Тому всі задачі мають спільний **план розв'язування**: дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного відношення}}$ значень величини однієї одиниці або вимірювання в обох випадках.

Треба зазначити, що існує можливість подальшого порівняння та узагальнення всіх обернених задач до розглянутих трьох видів задач. Розглянемо їхні *спільні істотні ознаки*:

- 1) для одного з випадків дано значення двох величин: загальної величини та кількості або часу;
- 2) для другого випадку дано лише одне зі значень цих величин, а інше є шуканим;
- 3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного відношення}}$ значень величини однієї одиниці вимірювання або лічби в обох випадках.

Першою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці вимірювання або лічби в одному з випадків.

Другою дією дізнаємося про значення величини однієї одиниці вимірювання або лічби в іншому випадку.

Третьою дією відповімо на запитання задачі.

Можна узагальнити *спільні ознаки прямих і обернених задач на знаходження суми або різниці чи кратне порівняння двох часток*:

- 1) для одного з випадків дано значення двох величин;
- 2) для другого випадку дано лише одне зі значень цих величин, а інше є шуканим, або для другого випадку також дані два значення цих величин;

3) дано значення $\frac{\text{суми}}{\text{різницевого чи кратного відношення}}$ значень третьої величини або це значення є шуканим.

Такі задачі розв'язуються за планом: першою дією дізнаємося про значення третьої величини в одному з випадків; другою дією дізнаємося про значення третьої величини в іншому випадку; третьою дією відповімо на запитання задачі.