

## Прості задачі з пропорційними величинами

Задачі з пропорційними величинами вводяться тоді, коли учні вже добре засвоїли конкретний зміст дій множення і ділення. Але, між тим, вони стикаються з певними труднощами, щоразу зустрічаючись із новими величинами. Виходячи з цього, вважаємо необхідним спеціально відводити час для ознайомлення школярів з пропорційними величинами.

Отже, радимо познайомити учнів з групами пропорційних величин:

- маса 1 предмета, кількість предметів, загальна маса;
- об'єм однієї посудини, кількість посудин, загальний об'єм;
- довжина 1 відрізу, кількість відрізів, загальна довжина;
- ціна, кількість, вартість;
- продуктивність праці, час роботи, загальний виробіток;
- витрата на 1 ..., кількість ..., загальна витрата;
- швидкість, час, відстань

та зв'язками між ними.

Ознайомлення з пропорційними величинами здійснюється засобом розв'язування простих задач, які спочатку розв'язуються на підставі конкретного змісту арифметичних дій множення або ділення. Лише потім можна ввести назви величин і, аналізуючи розв'язання, вивести правило знаходження числового значення однієї величини за двома відомими числовими значеннями інших величин.

Наприклад, розглянемо, як вводиться поняття «загальна маса».

Учням пропонується розв'язати таку задачу.

Мама купила на базарі 2 кг огірків, 1 кг помідорів та 3 кг картоплі. Знайдіть масу всіх овочів.

Намалюйте цю задачу, обведіть замкненою кривою лінією, що ви будете визначати. Як можна дізнатися про масу всіх овочів? [Слід додати маси:  $2 + 1 + 3 = 6$  (кг) — усього овочів купила мама.] Масу всіх овочів можна назвати «**загальна маса** овочів».

Потім умова задачі змінюється.

Мама купила 3 пачки солі по 1 кг кожна, знайдіть **загальну масу** солі.

Намалюйте задачу. Порівняйте ці задачі. Чим вони схожі? [В обох задачах йдеться про масу декількох предметів і треба знайти **загальну масу**.] Чим вони відрізняються? [У першій задачі говориться про предмети, що мають різну масу, а у другій — про предмети, що мають однакову масу.] Як можна знайти **загальну масу** однакових предметів — однакових пачок солі? [Щоб визначити **загальну масу** солі, можна додати:  $1 + 1 + 1 = 3$  (кг) — **загальна маса** солі; але тут маємо суму однакових доданків, а в математиці суму однакових доданків називають множенням, тому цю задачу можна розв'язати дією множення:  $1 \cdot 3 = 3$  (кг) — **загальна маса** солі.]

• Уважно розгляньте останню рівність. Що означає число 1? [Маса однієї пачки солі.] Що означає число 3? [Скільки купили пачок солі.] Як це можна інакше сказати? [«Скільки предметів?» — це кількість предметів.] Виходячи з цього, розкажіть правило про те, як дізнатися про **загальну масу** декількох однакових предметів. [Щоб знайти **загальну масу** декількох однакових предметів, треба **масу одного предмета помножити на кількість предметів.**]

• Чому дорівнює загальна маса декількох предметів? [Загальна маса декількох предметів дорівнює сумі мас цих предметів. Якщо предмети мають однакову масу, то загальна маса дорівнює добутку маси одного предмета на кількість цих предметів.]

$$\text{Загальна маса} = \text{маса 1 пр.} + \text{маса 2 пр.} + \text{маса 3 пр.} + \dots$$

$$\text{Загальна маса} = \text{маса 1 пр.} \cdot \text{кількість пр.}$$

Аналогічно можна ввести величини: «загальна довжина», «довжина 1 відрізу», «кількість відрізів».

1. Кравчиня відрізала від рулону тканини 3 м на пальто і 2 м на костюм. Скільки всього метрів тканини відрізала від рулону кравчиня? Яку загальну довжину тканини відрізала кравчиня від рулону?

2. Кравчиня відрізала від рулону тканини на 3 плаття по 2 метри. Скільки всього метрів тканини відрізала від рулону кравчиня? Яку загальну довжину тканини відрізала кравчиня від рулону?

$$\text{Загальна довжина} = \text{довжина 1 відр.} \cdot \text{кількість відр.}$$

Також на підставі порівняння і розв'язання простих задач можна ввести поняття «загальний об'єм», «об'єм 1 посудини», «кількість посудин».

1. Селянка продала на ринку 2 л та 3 л молока. Скільки всього літрів молока продала на ринку селянка? Який загальний об'єм молока продала селянка?

2. Селянка продала на ринку 3 банки по 1 л молока. Скільки всього літрів молока продала на ринку селянка? Який загальний об'єм молока продала селянка?

$$\text{Загальний об'єм} = \text{об'єм I пос.} + \text{об'єм II пос.} + \text{об'єм III пос.} + \dots$$

$$\text{Загальний об'єм} = \text{об'єм 1 пос.} \cdot \text{кількість пос.}$$

Далі всі ці правила можна узагальнити.

• Як назвати одним словом масу, довжину та об'єм? [Величини] Яка спільна властивість притаманна цим величинам? [Загальне значення кожної величини для декількох предметів дорівнює сумі значень величин, притаманним кожному з цих предметів. А якщо дані предмети мають однакові значення величини, то загальне значення величини дорівнює добутку значення даної величини на кількість предметів.]

Загальна	маса довжина об'єм	=	маса довжина 1 об'єм	+	маса довжина 2 об'єм	+	маса довжина 3 об'єм	+ ...
----------	--------------------------	---	----------------------------	---	----------------------------	---	----------------------------	-------

Загальна	маса довжина об'єм	=	маса довжина 1 об'єм	•	кількість
----------	--------------------------	---	----------------------------	---	-----------

Потім треба обговорити питання про залежність загальної величини від зміни однієї з двох інших величин. Наприклад.

- Порівняй ці задачі з попередніми. Переформулюй запитання задач. Розв'яжи їх усно.
  1. Батько приніс дві сітки по 4 кг картоплі. Скільки всього кілограмів картоплі приніс батько?
  2. Господиня від чотирьох кіз надоїла по 3 л молока. Скільки всього літрів молока надоїла від кіз господиня?
  3. Для виготовлення закладок дівчинка відрізала від рулону 4 рази по 2 дм стрічки. Скільки всього дециметрів стрічки витратила дівчинка на закладки?
- Що станеться із загальною масою картоплі, якщо кількість сіток збільшиться? зменшиться?
- Що станеться із загальним об'ємом, якщо кількість кіз, що доїла господарка, збільшиться? зменшиться?
- Що станеться із загальною довжиною, якщо кількість відрізів збільшиться? зменшиться?
- Що станеться із загальним значенням величини, якщо кількість збільшиться? зменшиться?

- Що повинно статися, щоб загальне значення величини збільшилося? зменшилося? [Щоб збільшилося (зменшилося) загальне значення величини, повинна збільшитися (зменшитися) кількість.]

- Що ще може статися, щоб загальне значення величини також збільшилося? зменшилося? Уважно розгляньте останню таблицю. Що записано праворуч від знака рівності? [Добуток] У якому випадку значення добутку збільшиться? [Якщо один із множників збільшиться, то і значення добутку також збільшиться.] Назвіть множники в цьому добутку. Який множник ми вже збільшували? Чи можна збільшити перший множник?

- Змініть умови кожної задачі так, щоб у відповіді отримати більше число. Скільки можна скласти задач? [9 задач: 3 задачі, у яких збільшується кількість, 3 задачі, у яких збільшується значення величини 1 предмета, та 3 задачі, у яких одночасно збільшуються обидва числові значення.]

Далі можна перейти до розв'язування простих задач на знаходження однієї з пропорційних величин на підставі конкретного змісту дії ділення:

- 1) знаходження значення величини 1 предмета на підставі ділення на рівні частини;
- 2) знаходження кількості предметів на підставі ділення на вміщення.

Розв'язавши на підставі дії ділення на рівні частини задачу

**Школярі зібрали 24 кг огірків і розклали їх у 3 ящики. Скільки кілограмів огірків у кожному ящику?,**

учні аналізують розв'язання — пояснюють значення числових даних і шуканого; називають величини; встановлюють, якою арифметичною дією дізналися про шукану величину; виводять правило знаходження маси 1 ящика:

- Що означає число 24? [Загальну масу огірків.] Що означає число 3? [Кількість ящиків.] Що означає число 8? [Масу 1 ящика.]

- Про що треба було дізнатися в цій задачі? [Про масу 1 ящика.] Якою дією ми дізналися про масу 1 ящика? [Дією ділення.] Які дві величини потрібно знати, щоб дізнатися про масу 1 ящика? [Загальну масу і кількість ящиків.]

- Сформулюйте правило про те, як знайти масу 1 ящика.

Щоб знайти масу 1 ящика, треба загальну масу поділити на кількість ящиків.
--

$\text{Маса 1 ящика} = \text{Загальна маса} : \text{кількість ящиків}$
--

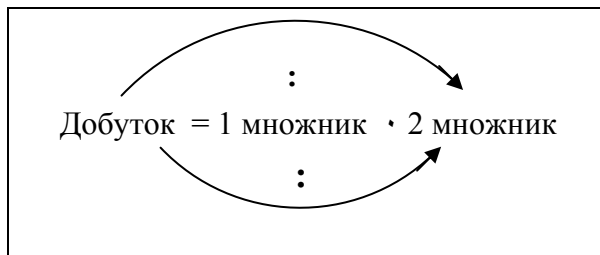
Так само, на задачах, виводяться правила знаходження об'єму 1 посудини, довжини 1 відрізу тощо.

Аналогічно під час розв'язування простих задач на ділення на вміщення виводяться правила знаходження кількості предметів, кількості відрізів, кількості посудин тощо.

Але існує інший підхід до введення усіх зазначених правил на підставі знання правил знаходження загального значення величини і правила знаходження невідомого множника. Розглянемо його.

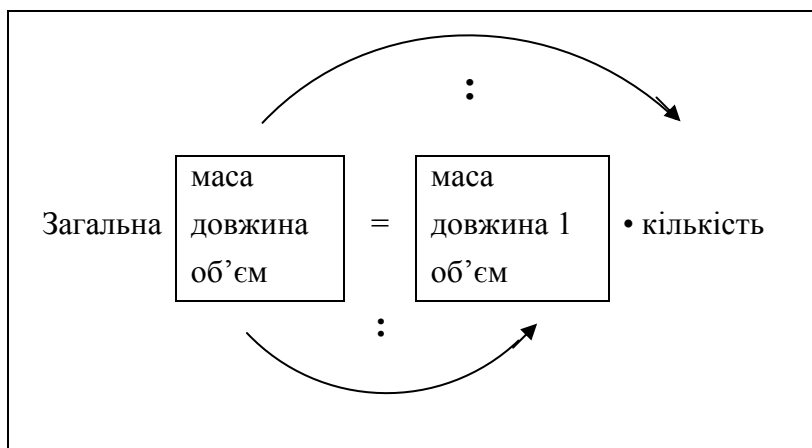


- Як знайти невідомий 1 множник? Як знайти невідомий 2 множник?



(4)

- На підставі таблиць 1, 2, 3 відповісти на запитання: Як знайти невідоме значення маси 1 предмета? Як знайти значення довжини 1 предмета? Як знайти значення об'єму 1 предмета? Як знайти кількість предметів? Чому ви зробили такі висновки?



(5)

Розглянемо методику роботи на задачею:

6 кг черешні розклали в 3 однакових ящики. Скільки кілограмів черешні треба покласти в 1 ящик?

- Про що говориться в задачі? [У задачі говориться про те, що 6 кг черешні розклали в 3 однакових ящики.]
- Що запитують в задачі? [Скільки кілограмів черешні треба покласти в 1 ящик?]
- Скільки всього черешні було? [Було 6 кг.]
- Яка величина вимірюється в кілограмах? [Маса.]
- Скажіть по-іншому, застосовуючи назву цієї величини: «Усього було 6 кг черешні». [Маса всієї черешні 6 кг.]
- Маса всієї черешні — це загальна маса. Застосовуючи термін «загальна маса», запишіть це речення по-іншому. [Загальна маса черешні 6 кг.]
- Куди розклали черешню? [Черешню розклали у ящики.]
- Скільки було ящиків з черешнею? [3 ящики.] Яку назву має ця величина? [Це кількість ящиків.]
- Які величини ми виділили в задачі? [Загальну масу черешні та кількість ящиків.]
- Якщо черешню розклали в ящики, то можна говорити про черешню в одному ящику. Черешню ми вимірюємо в кілограмах, тому можна казати, що в одному ящику є декілька

кілограмів черешні. Яка величина вимірюється в кілограмах? [Маса.] Як можна назвати кількість кілограмів черешні в одному ящику? [Маса одного ящика.]

• Які величини ми виділили в задачі? [Загальна маса черешні, кількість ящиків і маса 1 ящика.] Яка величина пов'язує загальну масу всіх ящиків і кількість ящиків? [Маса 1 ящика.] Тому масу 1 ящика запишемо між кількістю ящиків та загальною масою черешні.

• Запишімо ці величини в таблиці в рядочок:

Загальна маса	Маса 1 ящика (кг)	Кількість ящиків (шт.)
6 кг	?	3 шт.

• За коротким записом поясніть числа задачі. [Число 6 означає масу черешні, виражену в кілограмах, число 3 означає кількість ящиків, що виражена завжди в штуках.]

• Що запитують в задачі? [Скільки кілограмів черешні треба покласти в 1 ящик?] Значення якої величини є шуканим? [Шуканим є значення маси 1 ящика.]

• Яке число ми отримаємо у відповіді: більше чи менше, ніж 6? [Менше, тому що маса 1 ящика черешні менша, ніж загальна маса всієї черешні. Якщо 3 ящики важать 6 кг, то 1 ящик важить у 3 рази менше. Щоб знайти масу 1 ящика, треба загальну масу поділити на кількість ящиків.]

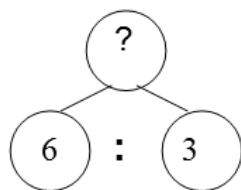
• Що треба знати, щоб відповісти на запитання задачі? [Треба знати 2 числових значення — загальну масу черешні та скільки було ящиків з черешнею, тобто кількість ящиків.]

• Відома нам загальна маса? [Так, відома, 6 кг.]

• Відома нам кількість ящиків? [Так, відома, 3 ящики.]

• Якою арифметичною дією відповімо? [Дією ділення.]

• Чи можемо відповісти на запитання відразу? [Так, можемо.] Чому? [Тому що нам відомі обидва числові значення.]



• Запишемо розв'язування задачі. [ $6 : 3 = 2$  (кг) — черешні в 1 ящику.]

• Запишемо відповідь. [Відповідь: 2 кг черешні поклали в 1 ящик.]

• Випишіть числа задачі, поясніть дані та шукане число.

6, 3, 2 — пряма задача.

• Складіть і розв'яжіть обернені задачі:

6, 3, 2 — І обернена задача.

6 кг черешні розклали в однакові ящики по 2 кг у кожний. Скільки отримали ящиків з черешнею?"

Ящиків буде стільки, скільки в 6 кг міститься по 2 кг. Щоб знайти кількість, треба загальну масу поділити на масу 1 ящика.

*Розв'язання:*

$$6 : 2 = 3 \text{ — стільки ящиків.}$$

*Відповідь:* 3 ящика черешні отримали.

6, 3, 2 — II обернена задача.

Черешню розклали в 3 однакових ящика по 2 кг у кожний. Скільки кілограмів черешні розклали по ящиках?

Усього черешні стільки, скільки буде, якщо по 2 кг взяти 3 рази. Щоб знайти загальну масу, треба масу 1 ящика помножити на кількість ящиків.

*Розв'язання:*

$$2 \cdot 3 = 6 \text{ (кг).}$$

*Відповідь:* 6 кг черешні розклали по ящиках.