

Задачі на спільну роботу

Підготовча робота

М. О. Бантова радить на ступені підготовчої роботи розв'язати таку задачу.

Батько може скопати рядок за 30 хвилин, а син — за 40 хвилин. Якщо вони працюватимуть разом, щоб скопати цей рядок, їм потрібно більше чи менше часу, ніж 30 хвилин? ніж 40 хвилин?

Учні міркують приблизно так: «Потрібно часу менше, ніж 30 хвилин, тому що батькові допомагає син».

Автор радить і під час розбору задачі на спільну роботу ставити запитання: «Більше чи менше ..?». Відповідь на це запитання попередить можливі помилки в розв'язанні задач на спільну роботу, коли у відповіді отримуємо більше часу, ніж час роботи кожного.

Виходячи з цього, на ступені підготовчої роботи пропонуємо таку задачу.

Одна друкарка за годину друкує 5 сторінок, а інша — 4. Скільки сторінок надрукують за годину обидві друкарки?

• Більше чи менше, ніж 5 сторінок, надрукують за 1 годину обидві друкарки? [Більше, тому що першій допомагатиме друга.]

• Що треба знати, щоб дізнатися, скільки сторінок надрукують разом обидві друкарки за 1 годину? [Треба знати два числових значення: 1 — скільки сторінок друкує перша друкарка (5), та скільки сторінок друкує друга друкарка (4).]

• Якою арифметичною дією відповімо на запитання задачі? [Дією додавання.]

• Запишіть розв'язання. [$5 + 4 = 9$ (с.)]

• Відповідайте на запитання задачі. [Відповідь: 9 сторінок надрукують друкарки, якщо працюватимуть разом.]

Ознайомлення

Задача

Одна друкарка друкує за годину 5 сторінок, інша — 4. Скільки годин вони повинні працювати разом, щоб надрукувати 72 сторінки?

Розглянемо методику роботи над цією задачею.

• Про що розповідається в задачі? [Про друкарок.]

• Розгляньте короткий запис задачі.

	Кількість сторінок за 1 год	Загальна кількість сторінок	Час роботи
I	5 с.	} 72 с.	} ?
II	4 с.		

• За коротким записом поясніть, що означають числа задачі.

• Назвіть запитання задачі.

• Обидві друкарки надрукують 72 сторінки швидше чи повільніше, ніж перша друкарка? Ніж друга друкарка? [Швидше, тому що за годину вони друкуватимуть більше сторінок, якщо працюватимуть разом.]

• За одну годину вони разом надрукують більше чи менше сторінок, ніж 5? ніж 4? [Вони разом за 1 годину надрукують більше сторінок, тому що одній допомагатиме інша.]

• Повторіть запитання задачі. Що треба знати, щоб на нього відповісти? [Треба знати два числових значення: 1 — загальну кількість сторінок (відомо, 72) та 2 — кількість сторінок, що друкують обидві друкарки за 1 годину (невідомо).]

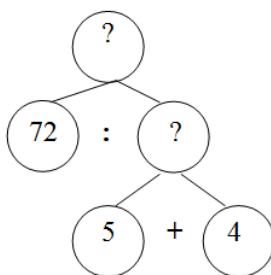
• Якою дією відповімо на запитання задачі? [Дією ділення.]

• Чи можна відразу відповісти на запитання задачі? [Ні, тому що ми не знаємо, скільки сторінок друкують обидві друкарки за 1 годину.]

• Що треба знати, щоб про це дізнатися? [Треба знати два числових значення: 1 — кількість сторінок, що друкує перша друкарка за 1 годину (5), та 2 — кількість сторінок, що друкує друга друкарка за годину (4).]

• Якою арифметичною дією відповімо на запитання? [Дією додавання.]

• Чи можна відразу відповісти на це запитання? [Так. Аналіз закінчено.]



• Складіть план розв’язування задачі.

• Запишіть розв’язання по діях з поясненням.

Розв’язання

1) $5 + 4 = 9$ (с.) — друкують обидві друкарки разом за 1 годину.

2) $72 : 9 = 8$ — стільки годин потрібно обом друкаркам, щоб надрукувати 72 сторінки.

Або $72 : (5+4) = 8$.

• Запишіть відповідь. [Відповідь: 8 годин друкарки повинні працювати разом, щоб надрукувати 72 сторінки.]

• Порівняйте цю задачу з попередньою. Що цікавого ви помітили? [Ця задача є продовженням попередньої.] Що в них спільного? [Спільне в умові кількість сторінок, що друкує кожна друкарка за 1 годину.] Що в них відмінного? [У другій задачі в умові ще говориться про загальну кількість сторінок, що друкарки повинні надрукувати разом. Та в цих задачах інші запитання.]

• Що спільного в розв’язаннях? Чим відрізняються розв’язання?

• Про що ми дізналися в другій задачі? Ми дізналися про час спільної праці друкарки. Це задача на спільну роботу.

• Щоб впізнати задачу на спільну роботу, на які слова треба орієнтуватися? [«Працюючи разом».]

- Змініть величини задачі. Складіть нову задачу.
- Чи це задача на спільну роботу?
- Чи треба її розв'язувати? [У нас уже є розв'язання цієї задачі, треба змінити лише пояснення.]
- Змініть числові дані. Розкажіть задачу. [Учитель слідкує, щоб число, яке означає загальну величину, ділилося на суму двох чисел, які означають одиницю цієї величини.]
- Чи схожа ця задача на попередню? До якого виду її можна віднести?
- Якщо всі ці задачі відносяться до задач на спільну роботу, то вони, мабуть, мають однаковий план розв'язування?
- Розкажіть план розв'язання цієї задачі.
- Як упізнати задачу на спільну роботу? За яким планом вони розв'язуються?

Треба зазначити, що для даної задачі корисно було б скласти одну з обернених.

5, 4, 72, $\boxed{8}$ — пряма задача.

5, 4, $\boxed{72}$, 8 — перша обернена задача.

Одна друкарка друкує за годину 5 сторінок, а інша — 4 сторінки. Скільки сторінок вони надрукують за 8 год, якщо працюватимуть разом?

Розв'язання

1 спосіб:

1) $5 + 4 = 9$ (с.) — за 1 год друкують обидві друкарки, працюючи разом;

2) $9 \cdot 8 = 72$ (с.) — за 8 год надрукують обидві друкарки, працюючи разом.

Або $(5 + 4) \cdot 8 = 72$ (с.).

Треба зазначити, що за математичною структурою цю задачу можна віднести і до задач на знаходження суми двох добутків, тому вона розв'язується іншим способом.

2 спосіб:

1) $5 \cdot 8 = 40$ (с.) — надрукує перша друкарка за 8 год;

2) $4 \cdot 8 = 32$ (с.) — надрукує друга друкарка за 8 год;

3) $40 + 32 = 72$ (с.) — надрукують обидві друкарки за 8 год.

Або $5 \cdot 8 + 4 \cdot 8 = 72$ (с.).

Відповідь: 72 сторінки надрукують обидві друкарки за 8 год, працюючи разом.

$\boxed{5}$, 4, 72, 8 — друга обернена задача.

Дві друкарки, працюючи разом, за 8 год надрукували 72 сторінки. Скільки сторінок за 1 год друкує перша друкарка, якщо друга за 1 год друкує 4 сторінки?

Розв'язання

1) $72 : 8 = 9$ (с.) — за 1 год друкують обидві друкарки, працюючи разом;

2) $9 - 4 = 5$ (с.) — за 1 год друкує перша друкарка.

Або $72 : 8 - 4 = 5$ (с.).

Відповідь: 5 сторінок друкує за 1 годину перша друкарка.

Задача

Тесляр виготовляє за день 12 рам, а його помічник — 7. Скільки рам вони зроблять разом за робочий тиждень (5 днів)?

Це задача іншої математичної структури (відносно даної прямої задачі), але її запитання містить слова «зробили разом за...», тому її можна розглядати як задачу на спільну роботу, тоді як у методичній літературі вона визначається як задача на знаходження суми двох добуток. Отже, її можна розв'язати й іншим способом.

1 спосіб:

1) $12 \cdot 5 = 60$ (шт.) — рам виготовить тесляр за 5 днів.

2) $7 \cdot 5 = 35$ (шт.) — рам виготовить помічник за 5 днів.

3) $60 + 35 = 95$ (шт.) — рам виготовлять тесляр і помічник, працюючи разом, за 5 днів.

Або $12 \cdot 5 + 7 \cdot 5 = 95$ (шт.).

2 спосіб:

1) $12 + 7 = 19$ (шт.) — рам виготовлять за день і тесляр, і помічник, працюючи разом.

2) $19 \cdot 5 = 95$ (шт.) — рам виготовлять за 5 днів і тесляр, і помічник, працюючи разом.

Або $(12 + 7) \cdot 5 = 95$ (шт.).

Відповідь: 95 рам виготовлять тесляр і помічник разом за робочий тиждень.

Для того щоб впізнати задачу на спільну роботу, треба вміти перефразувати запитання задачі. Наприклад: «Скільки відер води дадуть обидва насоси за хвилину?» — це запитання можна перефразувати так: «Скільки відер води дадуть обидва насоси за хвилину, працюючи разом?»