ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧ НА ЗНАХОДЖЕННЯ НЕВІДОМОГО ЗА ДВОМА РІЗНИЦЯМИ ЗАСОБОМ ЗМІНИ ОДНАКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ

Зміна однакової величини. Однаковою величиною стає кількість. Діти розв'язують задачу на знаходження невідомих за двома різницями, у якій однаковою є величина однієї одиниці.

Для вікторини купили заохочувальні призи: набори фломастерів та олівців за однаковою ціною. За олівці заплатили 60 грн, а за фломастери — 84 грн. Скільки купили наборів олівців та фломастерів окремо, якщо наборів фломастерів купили на 2 більше?

У цій задачі на знаходження невідомих за двома різницями *змінюється однакова величина — однаковою величиною стає кількість*. Таким чином одержуємо таку задачу.

Купили однакову кількість наборів фломастерів та олівців. За олівці заплатили 60 грн, а за фломастери — 84 грн. Яка ціна набору олівців і набору фломастерів окремо, якщо ціна набору фломастерів на 2 грн більша?

Діти порівнюють цю задачу з попередніми і встановлюють, що вона має ті самі істотні ознаки, що й задачі на знаходження невідомих за двома різницями, але в ній інша однакова величина — кількість. Тому застосовуємо узагальнений спосіб розв'язування задач на знаходження невідомих за двома різницями.

З'ясовуємо, як ця зміна вплинула на розв'язання задачі. У попередній задачі однаковою величиною була величина однієї одиниці, тому її знаходили дією ділення на рівні частини значень різницевого відношення двох інших величин. У цій задачі однакова величина — кількість, її теж знаходять дією ділення, але це інший вид ділення — ділення на вміщення. Тому в цій задачі першою дією також знайдемо різницю двох числових даних однієї величини; другою дією (діленням) дізнаємося про значення однакової величини (кількості) — за двома значеннями різниць двох інших величин; а третьою та четвертою діями (арифметичними діями ділення) відповімо на перше та друге запитання задачі, дізнаємося про значення величини однієї одиниці в кожному випадку. Подальше дослідження здійснюється за допомогою *зміни групи пропорційних величин задачі*; тут бажано вибрати групу пропорційних величин, яка містить «час»: загальний виробіток, продуктивність праці, час роботи; відстань, швидкість, час. Зміна числових даних задачі, так само, як і зміна групи пропорційних

величин, не впливає на математичну структуру задачі та на її розв'язування.

Порівнюємо ці задачі з іншими задачами на знаходження невідомих за двома різницями. Визначаємо їхні істотні ознаки та формулюємо узагальнений план розв'язування.

Зміна шуканих задачі. Шуканими стають значення загальної величини. Учні розв'язують задачу на знаходження невідомих за двома різницями, у якій однаковою є величина кількості або часу та шуканими є обидва значення величини однієї одиниці.

Для шкільного свята купили кілька кілограмів бананів і стільки ж кілограмів яблук. Ціна бананів на 2 грн більша, ніж ціна яблук. Яка ціна бананів та яблук окремо, якщо за яблука заплатили 14 грн, а за банани 28 грн?

Знайдені при розв'язанні цієї задачі числові значення величини однієї одиниці вважаються за дані, а дані числові значення загальної величини стають шуканими, але задається їхня різниця. Виконавши зміни в короткому записі попередньої задачі, учні складають задачу на знаходження обох значень загальної величини при сталій кількості або часі.

Для шкільного свята купили кілька кілограмів бананів і стільки ж кілограмів яблук. Ціна бананів — 4 грн, ціна яблук — 2 грн; за банани заплатили на 14 грн більше, ніж за яблука. Скільки заплатили за яблука і скільки заплатили за банани?

Порівнюємо цю задачу з попередніми і доходимо висновку, що це задача на знаходження невідомих за двома різницями. Тому застосовуємо узагальнений план розв'язування, дещо уточнивши його. Досліджуємо, як ця зміна вплинула на розв'язання задачі: змінилася перша дія, тому що ми шукали значення іншої різниці; друга дія, якою ми знаходили значення однакової величини, не змінилася; змінилися дві останні дії, тому що шуканими є значення загальної величини. Але в цілому план розв'язування не змінився. У подальшому дослідженні ні зміна групи величин задачі, ані зміна числових даних задачі не впливають на математичну структуру цієї задачі і на її план розв'язування.

Порівнюємо задачі 4 та 5 (в обох задачах однаковою величиною є кількість або час, але в задачі 4 шуканими були значення величини однієї одиниці, а в задачі 5 — значення загальної величини), визначаємо вплив відмінності на план розв'язування задачі, узагальнюємо його.

Порівнюючи задачі, у яких однаковою величиною є кількість або час, із задачами, у яких однаковою величиною є величина однієї одиниці, узагальнюємо їхні істотні ознаки та план розв'язування.

Істотні ознаки задач на знаходження невідомих за двома різницями, у яких однаковою є величина однієї одиниці чи кількості або часу:

1) три пропорційні величини;
2) два випадки;
3) одна з величин є однаковою для обох випадків;
4) для однієї величини дано два числові значення для кожного випадку;
5) числові значення іншої величини для обох випадків є шуканими, але дано значення їхньої різниці.

Якщо *однаковою величиною* в задачі на знаходження невідомих за двома різницями буде *значення загальної величини*, то її не можна розв'язувати арифметичним способом, — вона розв'язується за допомогою дрібнораціонального рівняння. Тому такі задачі в курсі початкової математики пропонуватися не можуть. Далі можна запропонувати учням зіставити узагальнені математичні структури задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення і на знаходження невідомих за двома різницями з метою узагальнення істотних ознак задач цих видів та способу їх розв'язування.

Істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями:

1) три пропорційні величини;
2) два випадки;
3) одна з величин є однаковою для обох випадків; для однієї з величин дано два числові значення для обох випадків;
4) для другої величини

дано лише одне числове значення, а інше є шуканим

обидва числові значення є шуканим, але дано їх суму або різницю

Також можна *узагальнити спосіб розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного, на пропорційне ділення та на знаходження невідомих за двома різницями способом знаходження однакової величини*:

- знайти однакову величину

за двома числовими значеннями стосовно одного з випадків

за двома сумами значеннями або різницями

- відповісти на запитання задачі.