

Четверте пропорційне. Зміна однакової величини. 3 клас

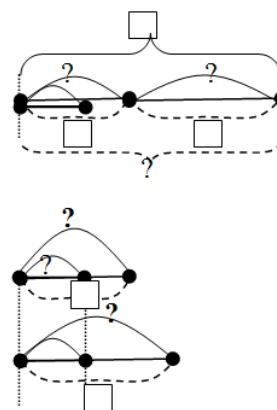
Подальше дослідження задачі може здійснюватися *засобом зміни однакової величини*. У задачі 1 змінюємо однакову величину однієї одиниці виміру або лічби, однаковою стає значення загальної величини для обох випадків.

Задача 2

Вартість 6 кг бананів і 4 кг апельсинів однакова. Ціна кілограма бананів 20 грн. Яка ціна кілограма апельсинів?

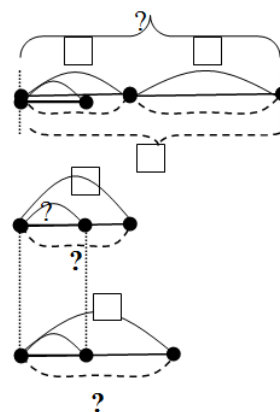
I підвид

	Загальна 1	<u>кількість</u> час
I	?		<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>
	}	Однак.	
II	?		<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>



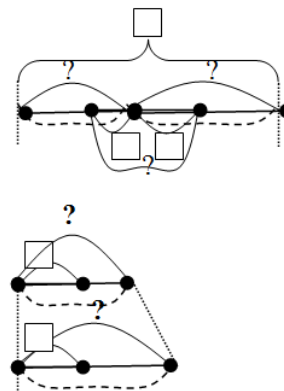
II підвид

	Загальна 1	<u>кількість</u> час
I	<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>		?
	}	Однак.	<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>
II	<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>		?

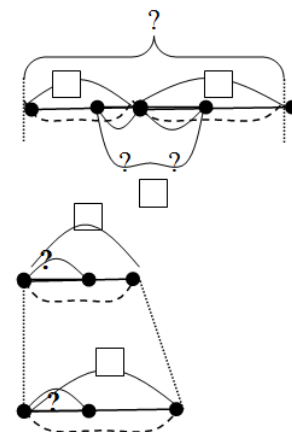


I підвид

	Загальна 1	<u>кількість</u> час
I	<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>		?
	}	Однак.	<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>
II	<input style="width: 30px; height: 20px;" type="text"/>		?



II підвид			
	Загальна 1	<u>кількість</u> час
I	<input type="checkbox"/>	?	Однак.
		<input type="checkbox"/>	
II	<input type="checkbox"/>	?	



План розв'язування

Знаходимо:

- 1) суму даних числових значень однієї з величин;
- 2) значення однакової величини за сумарними значеннями двох величин;
- 3) шукане значення в першому випадку, відповідаємо на перше запитання задачі;
- 4) шукане значення у другому випадку, відповідаємо на друге запитання задачі.

Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного, у яких однаковою є величина однієї одиниці

Учні виконують зміни в короткому записі задачі 1, формулюють задачу на знаходження величини однієї одиниці у другому випадку і роблять прикидку числового значення шуканої величини (ціна апельсинів буде більшою за 20 грн, тому що апельсинів купили менше, ніж бананів, і сплатили грошей стільки саме, скільки й за банани. Ціна і кількість змінюються в обернених напрямках при сталій вартості!). Проаналізувавши математичну структуру одержаної задачі, учні доходять висновку, що вона має всі істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного, тому це задача на знаходження четвертого пропорційного. Але, на відміну від попередніх задач, у цій задачі однаковою є загальна величина. Школярі згадують узагальнений спосіб розв'язування таких задач:

- 1) першою дією дізнаємося про значення однакової величини, дією ділення;
- 2) другою дією відповімо на запитання задачі, дією $\frac{\text{множення}}{\text{ділення}}$.

Далі досліджуємо, як ця зміна вплине на розв'язання задачі. У попередніх задачах однакова величина була величиною однієї одиниці, тому її знаходили дією ділення. У цій задачі однакова величина — загальна величина, а її знаходять дією множення. Тому в цій задачі першою дією дізнаємося про значення однакової величини дією множення, а другою дією відповімо на запитання задачі, дією ділення.

Дослідження задачі 2 здійснюється засобом зміни групи пропорційних величин, що містяться в задачі або / та числових даних. Діти доходять висновку, що від зміни величин та зміни числових даних план розв'язування задачі не змінюється: першою дією знаходимо

значення однакової величини — загальної величини, дією множення, другою дією відповідаємо на запитання задачі, дією ділення.

Складаємо і розв'язуємо обернені задачі.

Перша обернена задача.

Скільки кілограмів апельсинів можна купити на ту саму суму, яку треба заплатити за 6 кг бананів по 20 гривень за кілограм, якщо ціна апельсинів 30 гривень?

Робимо прикидку числового значення шуканої величини: кількість апельсинів менша за 6 кг, тому що ціна апельсинів більша при тій самій вартості. Ціна і кількість при сталій вартості змінюються в обернених напрямках. Учні застосовують узагальнений план розв'язування задачі, записують розв'язання і з'ясовують, чи правильною була прикидка результату, що очікувався.

Далі дослідження йде засобом *порівняння прямої та оберненої задач*. Це обидві задачі на знаходження четвертого пропорційного: в обох є три пропорційні величини, два випадки, загальна величина є однаковою для обох випадків; для першого випадку дано два числові значення, а для другого — одне, інше є шуканим. Але у прямій задачі шуканим є значення величини однієї одиниці, а в оберненій — кількості або часу.

Порівнюючи розв'язання, діти впевнюються, що в них однакова перша дія, тому що однакову величину знаходить за даними відносно першого випадку; відрізняються вони другими діями — у двох задачах останні дії ділення, але у прямій задачі ми шукали величину однієї одиниці, а в оберненій — кількість або час.

Друга обернена задача.

Скільки кілограмів бананів можна купити на ту саму суму, яку треба заплатити за 4 кг апельсинів по 30 гривень за кілограм, якщо ціна бананів 20 гривень?

Порівнюємо першу та другу обернені задачі: у них спільною є, зокрема, шукана кількість, але в першій — для другого випадку, а у другій — для першого випадку. Відповідно відрізняються розв'язання: у першій оберненій задачі значення однакової величини знаходять дією множення за даними першого випадку, а у другій оберненій задачі — за даними другого випадку.

Третя обернена задача.

Вартість 6 кг бананів і 4 кг апельсинів однакова. Ціна кілограма апельсинів 30 грн. Яка ціна кілограма бананів?

Порівнюємо третю обернену задачу з прямою: це задачі на знаходження четвертого пропорційного, в обох однаковою є загальна величина, в обох шуканою є величина однієї одиниці, але у прямій задачі стосовно другого випадку, а в третій оберненій задачі — стосовно першого випадку. Розв'язання відрізняються: хоча перша дія множення, але у прямій задачі однакову величину знаходять за двома числовими даними першого випадку,

а в цій — за двома числовими даними, що відносяться до другого випадку. В обох задачах останні дії ділення, тому що знаходять величину однієї одиниці.

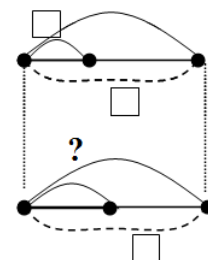
Порівнюємо розв'язання другої та третьої обернених задач. У них однакові перші дії, тому що однакова величина знаходиться за двома числовими даними, які стосуються першого випадку. Відрізняються вони останніми діями, хоча останні дії в обох задачах — ділення: у другій оберненій задачі ми знаходимо кількість або час, а у третій — величину однієї одиниці.

Узагальнюємо істотні ознаки математичних структур та план розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного, у яких однаковою є загальна величина.

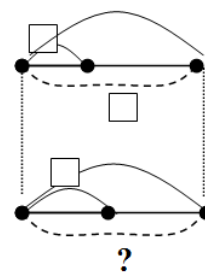
Істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного, у яких однаковою є значення загальної величини:

- 1) ці задачі містять два випадки;
- 2) ці задачі містять три пропорційні величини;
- 3) загальна величина є однаковою для двох випадків;
- 4) стосовно однієї величини дано два числові значення;
- 5) стосовно іншої величини дано лише одне числове значення, а друге є шуканим.

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Однак.		
II		?	<input type="checkbox"/>



	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Однак.		
II		<input type="checkbox"/>	?



План розв'язування

Знаходимо:

- 1) значення однакової величини — загальної величини — за двома відомими величинами одного з випадків дією множення;
- 2) шукане значення $\frac{\text{величини однієї одиниці}}{\text{кількості}}$, відповімо на запитання задачі дією ділення.

Опорні схеми та план розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного, у яких однаковою є загальна величина

Однаковою величиною може бути значення величини кількості або часу для обох випадків. Тому в задачі 1 *змінюється однакова величина* — однаковою величиною стає кількість.

Задача 3

Купили однакову кількість кілограмів бананів і апельсинів. За банани заплатили 80 грн. Скільки коштують апельсини, якщо ціна бананів 20 грн, а ціна апельсинів 30 грн?

Діти порівнюють задачу 3 з попередніми і встановлюють, що вона має ті самі істотні ознаки, що й задачі на знаходження четвертого пропорційного, але в ній однакова величина — кількість. Робимо прикидку очікуваного результату і застосовуємо узагальнений спосіб розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного.

З'ясуємо, як ця зміна вплинула на розв'язування задачі. У задачі 1 однакова величина була величиною однієї одиниці, тому її знаходили дією ділення на рівні частини. У цій задачі однакова величина — кількість або час, її теж знаходять дією ділення, але це інший вид ділення — ділення на вміщення. Тому в цій задачі першою дією дізнаємося про значення однакової величини (кількості або часу) дією ділення, а другою дією відповімо на запитання задачі, дізнаємося про значення загальної величини у другому випадку — дією множення.

Наступне дослідження задачі 3 здійснюється засобом *зміни групи пропорційних величин та числових даних задачі*: від зміни величин та зміни числових даних. План розв'язування задачі не змінюється.

Дослідження задачі 3 може бути продовжено *засобом зміни шуканого задачі*, тому складаємо і розв'язуємо обернені задачі.

Перша обернена задача.

Купили однакову кількість кілограмів бананів і апельсинів. За банани заплатили 80 грн, а за апельсини — 120 грн. Яка ціна апельсинів, якщо ціна бананів 20 грн?

Робимо прикидку очікуваного результату та застосовуємо узагальнений план розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного. Порівнюємо розв'язання прямої та оберненої задач: у них однакова перша дія, тому що однакову величину знаходять за даними відносно першого випадку і у прямій, і в оберненій задачі. Відрізняються розв'язання другими діями: у прямій задачі це дія множення, тому що знаходять значення загальної величини, а в цій задачі — дія ділення, тому що знаходять величину однієї одиниці.

Друга обернена задача

Купили однакову кількість бананів і апельсинів. За банани заплатили 80 грн., а за апельсини — 120 грн. Яка ціна бананів, якщо ціна апельсинів 30 грн?

Після розв'язання порівнюємо першу та другу обернені задачі. Спільним є те, що в обох задачах за наявності всіх істотних ознак задач на знаходження четвертого пропорційного шуканою є величина однієї одиниці, але в першій — шуканою є величина однієї одиниці у другому випадку, а в цій оберненій задачі — у першому випадку. Розв'язання містить одні й ті самі арифметичні дії, але в першій оберненій задачі про однакову величину дізнаються за даними, які стосуються першого випадку, а у другій оберненій задачі — за даними другого випадку.

Третя обернена задача.

Купили однакову кількість бананів і апельсинів за ціною 20 грн. і 30 грн відповідно. Вартість апельсинів складає 120 грн. Знайдіть вартість бананів.

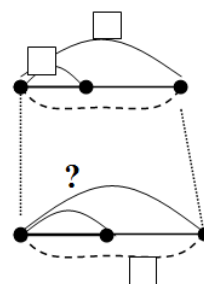
Порівнюємо третю обернену задачу з прямою задачею. Крім спільних істотних ознак задач на знаходження четвертого пропорційного, у цих задачах шуканим є значення загальної величини, але у прямій — у другому випадку, а у третій оберненій — у першому випадку. Розв'язання відрізняються: хоча перша дія — множення, але у прямій задачі однакову величину знаходять за двома числовими даними, які стосуються першого випадку, а в цій — за двома числовими даними, що стосуються другого випадку. У розв'язанні обох задач останніми є дії множення.

Порівнявши третю та другу обернені задачі, узагальнюємо математичні структури таких задач та плани розв'язування.

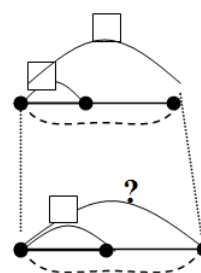
Таким чином, можна сформулювати *істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного, у яких однаковою є величина кількості або часу*:

- 1) ці задачі містять два випадки;
- 2) ці задачі містять три пропорційні величини;
- 3) величина кількості або часу є однаковою для двох випадків;
- 4) стосовно однієї величини дано два числові значення;
- 5) стосовно іншої величини дано лише одне числове значення, а інше є шуканим.

	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
			Однак.
II	<input type="text"/>	?	



	Загальна 1	$\frac{\text{кількість}}{\text{час}}$
I	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
			Однак.
II	?	<input type="text"/>	



План розв'язування

Знаходимо:

1) значення однакової величини — кількості або часу, за двома відомими величинами одного з випадків дією ділення;

2) шукане значення $\frac{\text{величини однієї одиниці}}{\text{загальної величини}}$, відповімо на запитання задачі дією $\frac{\text{ділення}}{\text{множення}}$.

Опорна схема та план розв'язування задач на знаходження четвертого пропорційного, у яких однаковою є величина кількості або часу

Можна узагальнити математичні структури всіх розглянутих задач на знаходження четвертого пропорційного та спосіб їх розв'язування.

Істотні ознаки задач на знаходження четвертого пропорційного:

- 1) ці задачі містять два випадки;
- 2) ці задачі містять три пропорційні величини;
- 3) одна з величин є однаковою для двох випадків;
- 4) стосовно однієї величини дано два числові значення;
- 5) стосовно іншої величини дано лише одне числове значення, а інше є шуканим.