

## МЕТОДИКА УЗАГАЛЬНЕННЯ І СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАТЬ УЧНІВ ЩОДО АРИФМЕТИЧНИХ ДІЙ ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ, МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ

Учням відомі чотири арифметичні дії: додавання і віднімання — це дії першого ступеня, множення і ділення — дії другого ступеня.

Більше число на першому ступені знаходять дією додавання, а на другому — дією множення. Отже, множення — це аналог дії додавання на другому ступені. Множення — це додавання однакових доданків.

Оберненою до дії додавання є дія віднімання.

Що означає «від числа 14 відняти 7»? [Від 14 відняти 7 — це означає знайти таке число, яке в сумі з числом 7 дає 14, це число 7.]

$$14 - \underset{\text{+}}{7} = 7, \text{ тому що } 7 + 7 = 14$$

Оберненою до дії множення є дія ділення.

Що означає «число 14 розділити на 7»? [14 розділити на 7 — це означає знайти таке число, яке в добутку з числом 7 дає число 14, це число 2.]

$$14 : \underset{\text{·}}{7} = 2, \text{ тому що } 2 \cdot 7 = 14$$

При додаванні числа, які додають, називають однаково — доданками, і при множенні — теж однаково, множниками. Результат дії додавання називається значенням суми, а дії множення — значенням добутку.

Що спільне в назвах компонентів арифметичних дій додавання і множення? [Компоненти арифметичних дій додавання та множення називаються однаково, але відрізняються порядком:

перший  $\frac{\text{доданок}}{\text{множник}}$ , другий  $\frac{\text{доданок}}{\text{множник}}$ .]

При відніманні число, від якого віднімають, зменшується, тому його називають зменшуваним; число, яке віднімають, називають від'ємником. При діленні число, яке ділять, називають діленим, а число, на яке ділять, називають дільником. Результат дії віднімання називають значенням різниці, а результат дії ділення — значенням частки.

Що спільне в назвах компонентів арифметичних дій віднімання і ділення? [Компоненти арифметичних дій віднімання і ділення називаються по різному:  $\frac{\text{зменшуване}}{\text{ділене}}$ ,  $\frac{\text{ві'демник}}{\text{дільник}}$ .]

Як пов'язані між собою арифметичні дії додавання і віднімання? множення і ділення?

Якщо  $\frac{\text{від суми}}{\text{добуток}}$  двох чисел  $\frac{\text{відняти}}{\text{розділити на}}$  один  $\frac{\text{доданок}}{\text{множник}}$ , то одержимо інший  $\frac{\text{доданок}}{\text{множник}}$ .

Це зручно показати, використовуючи букви, тобто розглядаючи буквені вирази.

Якщо  $a - b = c$ , то  $a = b + c$ .

І навпаки, якщо  $a = b + c$ , то  $a - b = c$  або  $a - c = b$ .

Якщо  $a : b = c$ , то  $a = b \cdot c$ .

І навпаки, якщо  $a = b \cdot c$ , то  $a : b = c$  або  $a : c = b$ .

Чи завжди можна виконати дію додавання в множині натуральних чисел? [Так. Завжди можна знайти таке натуральне число, що є сумою двох інших натуральних чисел.] Наведіть приклади.

Чи завжди в множині натуральних чисел можна виконати дію множення? [Так. Завжди можна знайти таке натуральне число, що є добутком двох інших натуральних чисел.] Наведіть приклади.

Чи завжди в множині натуральних чисел можна виконати дію віднімання? [Дію віднімання не можна виконати, якщо зменшуване менше за від'ємник.] Наведіть приклади.

Чи завжди в множині натуральних чисел можна виконати дію ділення націло? [Ні, не завжди можна знайти таке натуральне число, що при множенні на дільник дає ділене. Крім того, ділене повинно бути не меншим за дільник.] Наведіть приклади.

Якщо  $a = b \cdot c$ , то кажуть, що число  $a$  ділиться на  $b$ , при цьому часткою є число  $c$ . Надалі ми будемо казати і так:  $a$  кратне  $b$  (це те саме, що й  $a$  ділиться на  $b$ ). Так, 21 кратне 7, 63 кратне 9 і т. д.

Яке число ми одержимо, якщо до даного числа додамо 1? [Ми одержимо наступне число.] Яке число ми одержимо, якщо дане число помножимо на 1? [Ми одержимо те саме число.]

$$a + 1 = b, \text{ де } b \text{ — наступне число}$$

$$a \cdot 1 = a$$

---

Яке число ми одержимо, якщо до даного числа додамо нуль?  
[Ми одержимо те саме число.] Яке число ми одержимо, якщо дане  
число помножимо на 0? [Ми одержимо нуль!]

$$a + 0 = a$$

$$a \cdot 0 = 0$$

У якому випадку значення суми дорівнюватиме одному з доданків?  
[Коли інший доданок число 0!] У якому випадку добуток дорівнюватиме  
одному з множників?  
[Коли інший множник число 1!]

$$a + 0 = a$$

$$a \cdot 1 = a$$

Яке число ми одержимо при відніманні однакових чисел?  
[При відніманні однакових чисел ми одержимо число 0.] Яке число  
ми одержимо при діленні однакових чисел?  
[При діленні однакових чисел ми одержимо число 1.]

$$a - a = 0$$

$$a : a = 1$$

Яке число ми одержимо при відніманні числа 1?  
[При відніманні числа 1 від даного числа одержимо попереднє число.] Яке  
число ми одержимо при діленні на число 1?  
[При діленні на число 1 одержимо те саме число.]

$$a - 1 = b, \text{ де } b \text{ — попереднє число}$$

$$a : 1 = a$$

Яке число ми одержимо при відніманні числа 0?  
[При відніманні числа 0 від даного числа одержимо те саме число.] Чи  
можна ділити на нуль?  
[На нуль ділити не можна, тому що не існує такого числа, яке при множенні на нуль дає число, відмінне від нуля.] Яке число одержимо при діленні нуля на будь-яке число?  
[При діленні нуля на будь-яке число одержуємо нуль.]

$$a - 0 = a$$

$$0 : a = 0$$

У якому випадку значення різниці дорівнюватиме зменшуваному?  
[Якщо від'ємник дорівнюватиме нулю.] У якому випадку значення частки  
дорівнюватиме діленому?  
[Якщо дільник дорівнює 1.]

$$a - 0 = a$$

$$a : 1 = a$$

У якому випадку значення різниці дорівнюватиме нулю?  
[Якщо від'ємник дорівнює зменшуваному.] У якому випадку значення частки  
дорівнюватиме нулю?  
[Якщо ділене — число 0.]

$$a - a = 0$$

$$0 : a = 0$$

Для яких арифметичних дій виконується переставний закон? Сформулюйте переставний закон додавання (множення).

Від перестановки  $\frac{\text{доданоків}}{\text{множників}}$  значення  $\frac{\text{суми}}{\text{добутку}}$  не змінюється.

$\frac{\text{Додавати}}{\text{Множити}}$  числа можна в будь-якому порядку.

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

1. Обчисліть зручним способом.

$$12 + 24 + 8$$

$$2 \cdot 7 \cdot 5$$

$$160 + 70 + 140$$

$$50 \cdot 9 \cdot 2$$

$$25 \cdot 7 \cdot 4$$

$$17 + 56 + 23$$

$$4 \cdot 9 \cdot 5$$

$$420 + 275 + 80$$

Наводимо подальшу методику роботи над завданням.

Сформулюйте сполучний закон додавання. Як додати число до суми? Сформулюйте сполучний закон множення. Як помножити добуток на число?

$$(a + b) + c = \begin{cases} (a + c) + b \\ (b + c) + a \end{cases}$$

$$(a \cdot b) \cdot c = \begin{cases} (a \cdot c) \cdot b \\ (b \cdot c) \cdot a \end{cases}$$

Як додати суму до числа? Як помножити число на добуток?

$$a + (b + c) = \begin{cases} (a + b) + c \\ (a + c) + b \end{cases}$$

$$a \cdot (b \cdot c) = \begin{cases} (a \cdot b) \cdot c \\ (a \cdot c) \cdot b \end{cases}$$

Які закони або властивості застосовані для поданих обчислень?

$$43 + 29 = 43 + (20 + 9) = (43 + 20) + 9 = 63 + 9 = 72$$

$$43 + 29 = 43 + (7 + 22) = (43 + 7) + 22 = 50 + 22 = 72$$

$$5 \cdot 14 = 5 \cdot (2 \cdot 7) = (5 \cdot 2) \cdot 7 = 10 \cdot 7 = 70$$

Як можна інакше знайти добуток чисел 5 і 14? На підставі застосування якого закону?

$$5 \cdot 14 = 5 \cdot (10 + 4) = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 4 = 50 + 20 = 70$$

Сформулюйте правило множення суми на число. Це розподільний закон множення відносно додавання.

Сформулюйте правило ділення суми на число. Це розподільний закон ділення відносно додавання.

$$(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c,$$

де  $a, b, c$  — натуральні числа

$$(a+b) : c = a : c + b : c,$$

де  $a, b, c$  — натуральні числа,  $a$  ділиться на  $c$  і  $b$  ділиться на  $c$  націло,  $c \neq 0$

У яких випадках обчислення ми застосовуємо правило множення суми на число? [При множенні двоцифрового числа на одноцифрове.] Наведіть приклади.

У яких випадках ми застосовуємо правило ділення суми на число? [При діленні двоцифрового числа на одноцифрове.]

2. Знайдіть значення виразів.

$23 \cdot 4$

$42 : 3$

$16 \cdot 7$

$84 : 7$

$69 : 3$

$72 \cdot 2$

Наводимо подальшу методику роботи над завданням.

Як можна міркувати при діленні двоцифрового числа на двоцифрове число? [Можна добирати таке число, яке в добутку з дільником дає ділене, а можна замінити дільник добутком і послідовно поділити на кожний множник.]

Розгляньте, як знайшли частку чисел 64 і 16.

$$64 : 16 = 64 : (8 \cdot 2) = (64 : 8) : 2 = 8 : 2 = 4$$

Яким правилом користувалися під час розв'язування? [Користувалися правилом ділення числа на добуток.] Порівняйте правила множення числа на добуток із правилом ділення числа на добуток.

$$a \cdot (b \cdot c) = \begin{cases} (a \cdot b) \cdot c \\ (a \cdot c) \cdot b \end{cases}$$

$$a : (b \cdot c) = \begin{cases} (a : b) : c \\ (a : c) : b \end{cases}$$

Що спільне в цих правилах? Що відмінне? [Спільне те, що спочатку множать або ділять на один множник, а потім множать або ділять на інший множник.]

## Додавання

### Означення

Помножити число  $a$  на число  $b$  — це означає знайти суму  $b$  однакових доданків, кожний із яких дорівнює  $a$ :

$$a \cdot 3 = \underbrace{a + a + a}_{3 \text{ рази}}$$

### Задачі на конкретний зміст арифметичної дії

1. Узнати, скільки **всього**.
2. Узнати, скільки **стало**, якщо до того, що **було**, додали, долили, досипали тощо.

Узнати, скільки **всього**, якщо по  взяти  разів.

### Назви компонентів і результату арифметичної дії

$$a + b = c$$

I доданок   II доданок   Значення суми

$$a \cdot b = c$$

I множник   II множник   Значення добутку

### Перевірка

відніманням

діленням

### Взаємозв'язок арифметичних дій

Якщо від суми двох доданків відняти один доданок, то одержимо інший доданок.

$$a + b = c \quad \begin{aligned} c - a &= b \\ c - b &= a \end{aligned}$$

Якщо добуток двох множників розділити на один множник, то одержимо інший множник.

$$a \cdot b = c \quad \begin{aligned} c : a &= b \\ c : b &= a \end{aligned}$$

### Знаходження невідомого компонента

Щоб знайти невідомий доданок, треба від суми відняти відомий доданок.

Щоб знайти невідомий множник, треба добуток розділити на відомий множник.

### Переставний закон

$$a + b = b + a$$

Від переставляння доданків значення суми не змінюється.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Від переставляння множників значення добутку не змінюється.

### Сполучний закон

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

## Віднімання

### Означення

Від числа  $a$  відняти число  $b$  — це означає знайти таке число  $c$ , яке в сумі з числом  $b$  дає число  $a$ :

$$a - b = c, \text{ оскільки } c + b = a$$

### Задачі на конкретний зміст арифметичної дії

Узнати, скільки залишилося від того, що було, якщо щось забрали, витратили, вилучили тощо.

### Назви компонентів і результату арифметичної дії

$a$  — зменшуване  
 $-$  — від'ємник  
 $=$  — значення різниці  
 $c$  — значення різниці

## Ділення

Число  $a$  розділити на число  $b$  — це означає знайти таке число  $c$ , яке в добутку з числом  $b$  дає число  $a$ :

$$a : b = c, \text{ оскільки } c \cdot b = a$$

1. Узнати, скільки разів у  $\square$  вміщується по  $\square$ .
2. Узнати, скільки в одній частині, якщо  $\square$  розділили на  $\square$  порівну.

$a$  — ділене  
 $:$  — дільник  
 $=$  — значення частки  
 $c$  — значення частки

### Перевірка

**Додаванням:** якщо значення різниці, додане до від'ємника, дає число, що дорівнює зменшуваному, то дію віднімання виконано правильно.

**Множенням:** якщо значення частки, помножене на дільник, дає число, що дорівнює діленому, то дію ділення виконано правильно.

### Знаходження невідомих компонентів

Щоб знайти невідоме зменшуване, треба до значення різниці додати від'ємник.

Щоб знайти невідомий від'ємник, треба від зменшуваного відняти значення різниці.

Щоб знайти невідоме ділене, треба значення частки помножити на дільник.

Щоб знайти невідомий дільник, треба ділене розділити на значення частки.

### Правила

$$(a + b) - c = \begin{cases} a + (b - c) \\ (a - c) + b \end{cases}$$

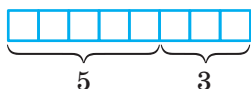
$$c - (a + b) = \begin{cases} (c - a) - b \\ (c - b) - a \end{cases}$$

Варто зазначити, що 4 клас є випускним класом початкової школи, тому одним із завдань, що стоять перед учителем, є підготовка учнів до вивчення математики в середній школі. Певну увагу слід приділити знанням про зміну результатів арифметичних дій при зміні їхніх компонентів.

Зміна результатів арифметичних дій при зміні компонентів (ЗРАДПЗК) — один із видів завдань, які повинні виконувати учні при вивченні кожної арифметичної дії. Учні мають знати, як зміниться результат арифметичної дії, якщо змінити один із її компонентів або два компоненти; або як треба змінити компоненти, щоб результат не змінився.

Ці знання мають вагоме значення для формування в дітей первісних уявлень про функціональну залежність. Зазначимо, що лінія функції — одна з основних ліній шкільного курсу математики взагалі, тому дуже важливо, щоб уже в початкових класах учні накопичували функціональні уявлення.

**Зміна значення суми залежно від зміни одного із доданків**



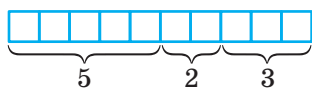
$$5 + 3 = 8$$

Чому дорівнює перший доданок? [5]

Чому дорівнює другий доданок? [3]

Чому дорівнює значення суми? [8]

Збільшимо перший доданок на 2 одиниці, а другий залишимо без змін. Цю зміну позначимо так: +2. Як при цьому зміниться значення суми?

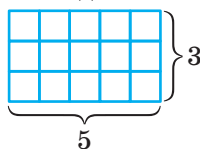


$$(5 + 2) + 3$$

$$5 + 3 = 8$$

↓ +2

**Зміна значення добутку залежно від зміни одного з множників**



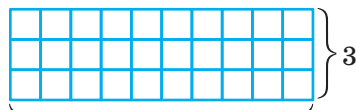
$$5 \cdot 3 = 15$$

Чому дорівнює перший множник? [5]

Чому дорівнює другий множник? [3]

Чому дорівнює значення добутку? [15]

Збільшимо перший множник у 2 рази, а другий множник залишимо без зміни. Цю зміну будемо позначати так:  $\cdot 2$ . Як зміниться при цьому добуток?



$$5 \cdot 2 = 10$$

$$5 \cdot 3 = 15$$

↓  $\cdot 2$

Знайдемо нове значення суми:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 5+3=8 \\ +2 \\ \hline 7+3=10 \\ \rightarrow \end{array}$$

Попереднє значення суми дорівнювало 8, а нове значення дорівнює 10. На скільки збільшилося значення суми? [Значення суми збільшилося на 2 одиниці:  $10-8=2$ .]

Ми розглянули дві суми:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 5+3=8 \quad \downarrow \\ \downarrow \quad 7+3=10 \quad \downarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

причому верхню суму (8) порівняли з нижньою (10).

Що ми побачили? [У цих сумах однакові другі доданки (3), відрізняються вони першими доданками (5 і 7).]

Як ми змінили перший доданок? [Ми його збільшили на 2 одиниці.] Як при цьому змінилося значення суми? [Значення суми теж збільшилося на 2 одиниці.]

Який висновок можна зробити? [Якщо перший доданок збільшити на 2 одиниці, а другий залишити без змін, то й значення суми теж збільшиться на 2 одиниці.]

А тепер порівняємо більшу суму (10) з меншою (8).

$$\begin{array}{r} \uparrow \quad 5+3=8 \quad \uparrow \\ \uparrow \quad 7+3=10 \quad \uparrow \end{array}$$

Як тут змінюється перший доданок? Як змінюється сума?

Ми бачимо: якщо доданок 7 зменшили на 2 одиниці, то

Знайдемо нове значення добутку:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 5 \cdot 3 = 15 \\ \cdot 2 \\ \hline 10 \cdot 3 = 30 \\ \rightarrow \end{array}$$

Попереднє значення добутку дорівнювало 15, а нове значення добутку дорівнює 30. У скільки разів збільшилося значення добутку? [Значення добутку збільшилося у 2 рази:  $30:15=2$ .]

Ми розглянули два добутки:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 5 \cdot 3 = 15 \quad \downarrow \\ \downarrow \quad 10 \cdot 3 = 30 \quad \downarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

причому верхній добуток (15) порівняли з нижнім (30).

Що ми побачили? [У цих добутках однакові другі множники (3), відрізняються вони першими множниками (5 і 10).]

Як ми змінили перший множник? [Ми його збільшили у 2 рази.] Як при цьому змінилося значення добутку? [Значення добутку також збільшилося у 2 рази.]

Який висновок можна зробити? [Якщо перший множник збільшити у 2 рази, а другий залишити без змін, то й значення добутку теж збільшиться у 2 рази.]

А тепер порівняємо більший добуток (30) з меншим (15).

$$\begin{array}{r} \uparrow \quad 5 \cdot 3 = 15 \quad \uparrow \\ \uparrow \quad 10 \cdot 3 = 30 \quad \uparrow \end{array}$$

Як тут змінюється перший множник? Як змінюється значення добутку? [Ми бачимо: якщо множник 10 зменшити

<p>й значення суми 10 зменшиться на 2 одиниці: <math>10 - 8 = 2</math>.</p> <p><i>Висновок:</i> доданок і сума змінюються в одному й тому самому напрямку.</p> <p>Після розгляду кількох виразів формулюємо висновок.</p>	<p>у 2 рази, то й значення добутку 30 зменшиться у 2 рази (<math>30 : 15 = 2</math>).]</p> <p><i>Висновок:</i> множник і добуток змінюються в одному й тому самому напрямку.</p> <p>Після розгляду кількох виразів формулюємо висновок.</p>
<p>Якщо один із доданків <u>збільшити</u> на кілька одиниць, <u>зменшити</u> а інший доданок залишити без змін, то значення суми <u>збільшиться</u> на стільки само <u>зменшиться</u> одиниць.</p>	<p>Якщо один із множників <u>збільшити</u> в кілька разів, <u>зменшити</u> а інший множник залишити без змін, то значення добутку <u>збільшиться</u> у стільки само <u>зменшиться</u> разів.</p>
<p>Запишемо висновок у загальному вигляді:</p> $a + b = c$ $(a + x) + b = (a + b) + x = c + x$ $(a - x) + b = (a + b) - x = c - x$ <p>1. Порівняйте верхню суму з нижньою сумою (згідно з напрямком, який показано стрілочками). Розкажіть відповідне правило.</p> $\begin{array}{r} \downarrow \quad 50 + 30 = 80 \quad \downarrow \\ \downarrow + 20 \quad + 20 \quad \downarrow \\ \hline 70 + 30 = 100 \end{array}$ <p>Порівняй нижню суму з верхньою (згідно з напрямком стрілок):</p> $\begin{array}{r} \downarrow \quad 50 + 30 = 80 \quad \downarrow \\ \downarrow - 20 \quad - 20 \quad \downarrow \\ \hline 30 + 30 = 60 \end{array}$ <p><i>Зауваження.</i> Запис <math>-20</math> означає зменшення числа на 20.</p>	<p>Запишемо висновок у загальному вигляді:</p> $a \cdot b = c$ $(a \cdot x) \cdot b = (a \cdot b) \cdot x = c \cdot x$ $(a : x) \cdot b = (a \cdot b) : x = c : x$ <p>1. Порівняйте верхній добуток із нижнім добутком (згідно з напрямком, який показано стрілочками). Розкажіть відповідне правило.</p> $\begin{array}{r} \downarrow \quad 50 \cdot 3 = 150 \quad \downarrow \\ \downarrow \cdot 2 \quad \cdot 2 \quad \downarrow \\ \hline 100 \cdot 3 = 300 \end{array}$ <p>Порівняй нижній добуток із верхнім (згідно з напрямком стрілок):</p> $\begin{array}{r} \downarrow \quad 50 \cdot 3 = 150 \quad \downarrow \\ \downarrow : 2 \quad : 2 \quad \downarrow \\ \hline 25 \cdot 3 = 75 \end{array}$ <p><i>Зауваження.</i> Запис <math>(: 2)</math> означає зменшення числа у 2 рази.</p>

2. У наступному виразі треба зменшити перший доданок на 10 одиниць. Як зміниться при цьому сума?

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 60+30=90 \quad \downarrow \\ \underline{-10 \quad -10} \\ 50+30=\square \end{array}$$

Дано суму двох доданків:  
 $10+6=16$

Збільште другий доданок на 3 одиниці. Як зміниться при цьому значення суми? Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 10+6=16 \quad \downarrow \\ \underline{\quad +3 \quad +3} \\ 10+\square=\square \end{array}$$

3. Розкажіть про зміну суми за записом. Вставте пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 1000+200=1200 \quad \downarrow \\ \underline{\quad -\square \quad -\square} \\ 1000+\square=1100 \end{array}$$

4. Перший доданок — деяке число, другий доданок — число 3. Перший доданок зменшили на 5 одиниць. Як зміниться при цьому значення суми?

Вставте пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \square+3=\square \quad \downarrow \\ \underline{-5 \quad \square} \\ \square+3=\square \end{array}$$

Розкажіть про зміну суми за записом. Заповніть віконця:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \square+10000=\square \quad \downarrow \\ \underline{-500 \quad \square} \\ \square+\square=25000 \end{array}$$

2. У наступному виразі треба зменшити перший множник у 10 разів. Як зміниться при цьому значення добутку?

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 60 \cdot 10 = 600 \quad \downarrow \\ \underline{:10 \quad :10} \\ 6 \cdot 10 = \square \end{array}$$

Дано добуток двох множників:  
 $10 \cdot 6 = 60$

Збільште другий множник у 3 рази. Як зміниться при цьому значення добутку? Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 10 \cdot 6 = 60 \quad \downarrow \\ \underline{\cdot 3 \quad \cdot 3} \\ 10 \cdot \square = \square \end{array}$$

3. Розкажіть про зміну добутку за записом. Вставте пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 100 \cdot 12 = 1200 \quad \downarrow \\ \underline{: \square \quad : \square} \\ 100 \cdot \square = 400 \end{array}$$

4. Перший множник — деяке число, другий множник — число 2. Перший множник зменшили в 5 разів. Як зміниться при цьому значення добутку?

Вставте пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \square \cdot 2 = \square \quad \downarrow \\ \underline{:5 \quad \square} \\ \square \cdot 2 = \square \end{array}$$

Розкажіть про зміну значення добутку за записом. Заповніть віконця:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \square \cdot 100 = 800 \quad \downarrow \\ \underline{:10 \quad \square} \\ \square \cdot 10 = \square \end{array}$$

5. За яких умов значення суми не зміниться?

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 200 + 400 = \square \quad \downarrow \\ \downarrow +10 \quad -10 \\ \hline 210 + 390 = \square \end{array}$$

Якщо один із доданків збільшити на кілька одиниць, а інший зменшити на стільки само одиниць, то значення суми не зміниться.

Такий висновок можна зробити на підставі застосування обох правил разом.

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 600 + 200 = \square \quad \downarrow \\ \downarrow -50 \quad +50 \\ \hline 550 + 250 = \square \end{array}$$

5. За яких умов значення добутку не зміниться?

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 20 \cdot 6 = \square \quad \downarrow \\ \downarrow \cdot 2 \quad :2 \\ \hline 40 \cdot 3 = \square \end{array}$$

Якщо один із множників збільшити у кілька разів, а інший зменшити у стільки само разів, то значення добутку не зміниться.

Такий висновок можна зробити на підставі застосування обох правил разом.

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 40 \cdot 8 = \square \quad \downarrow \\ \downarrow :4 \quad \cdot 4 \\ \hline 10 \cdot 32 = \square \end{array}$$

**Зміна значення різниці залежно від зміни зменшуваного**

$$8 - 2 = 6$$

Назвіть зменшуване, від'ємник, значення різниці.

Збільште зменшуване на 3 одиниці, а від'ємник залиште тим самим:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 8 - 2 = 6 \\ \downarrow +3 \\ \hline 11 - 2 = 9 \end{array}$$

Порівняйте попередню і нову різниці. На скільки збільшилося значення різниці? [Значення різниці збільшилося на 3 одиниці:  $9 - 6 = 3$ .]

Ми розглянули дві різниці:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 8 - 2 = 6 \quad \downarrow \\ \downarrow +3 \quad +3 \\ \hline 11 - 2 = 9 \end{array}$$

Що ми змінили в першій різниці? [Ми збільшили зменшуване на 3.]

**Зміна значення частки залежно від зміни діленого**

$$8 : 2 = 4$$

Назвіть ділене, дільник, значення частки.

Збільште ділене у 3 рази, а дільник залиште тим самим:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 8 : 2 = 4 \\ \downarrow \cdot 3 \\ \hline 24 : 2 = 12 \end{array}$$

Порівняйте попередню і нову частку. На скільки збільшилося значення частки? [Значення частки збільшилося в 3 рази:  $12 : 4 = 3$ .]

Ми розглянули частки:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 8 : 2 = 4 \quad \downarrow \\ \downarrow \cdot 3 \quad \cdot 3 \\ \hline 24 : 2 = 12 \end{array}$$

Що ми змінили в першій частці? [Ми збільшили ділене у 3 рази.]

<p>Що сталося зі значенням різниці? [Значення різниці теж збільшилося на 3.]</p> <p>Який можна зробити висновок? [Якщо зменшуване збільшити на 3, а від'ємник залишити без змін, то й значення різниці збільшиться на 3.]</p> <p>Порівняймо другу рівність з першою. Як змінюється зменшуване?</p> <p>На скільки більше друге зменшуване за перше? [На 3.]</p> <p>Порівняйте більше значення різниці з меншим. На скільки вона більше? [На 3: <math>9 - 6 = 3</math>.]</p> <p>Отже, якщо зменшуване зменшити на 3, а від'ємник залишити тим самим, то й значення різниці зменшиться на 3.</p> <p><i>Висновок:</i> Зменшуване і значення різниці змінюються в одному й тому самому напрямі при сталому від'ємнику.</p>	<p>Що сталося зі значенням частки? [Значення частки теж збільшилося у 3 рази.]</p> <p>Який можна зробити висновок? [Якщо ділене збільшити у 3 рази, а дільник залишити без змін, то й значення частки збільшиться у 3 рази.]</p> <p>Порівняйте другу рівність із першою. Як змінюється ділене? У скільки разів більше друге ділене за перше? [У 3 рази.]</p> <p>Порівняйте більше значення частки з меншим. У скільки разів вона більше? [У 3 рази: <math>12 : 4 = 3</math>.]</p> <p>Отже, якщо ділене зменшити у 3 рази, а дільник лишити тим самим, то й значення частки зменшиться у 3 рази.</p> <p><i>Висновок:</i> Ділене і частка змінюються в одному й тому самому напрямі при сталому дільнику.</p>
<p>Якщо зменшуване <math>\frac{\text{збільшити}}{\text{зменшити}}</math> на кілька одиниць, а від'ємник залишити без змін, то значення різниці <math>\frac{\text{збільшиться}}{\text{зменшиться}}</math> на стільки само одиниць.</p>	<p>Якщо ділене <math>\frac{\text{збільшити}}{\text{зменшити}}</math> у кілька разів, а дільник залишити без змін, то значення частки <math>\frac{\text{збільшиться}}{\text{зменшиться}}</math> у стільки само разів.</p>
<p>Запишемо ці правила буквами:  <math>a - b = c</math>  <math>(a + x) - b = (a - b) + x = c + x</math>  <math>(a - x) - b = (a - b) - x = c - x</math></p> <p>1. Порівняйте вирази. Розкажіть відповідне правило.</p> $\begin{array}{r} 80 - 30 = 50 \\ \downarrow +20 \quad \square \quad \downarrow \\ \hline 100 - 30 = 70 \end{array}$	<p>Запишемо ці правила буквами:  <math>a : b = c</math>  <math>(a \cdot x) : b = (a : b) \cdot x = c \cdot x</math>  <math>(a : x) : b = (a : b) : x = c : x</math></p> <p>1. Порівняйте вирази. Розкажіть відповідне правило.</p> $\begin{array}{r} 150 : 3 = 50 \\ \downarrow \cdot 2 \quad \cdot 2 \quad \downarrow \\ \hline 300 : 3 = 100 \end{array}$

2. У наступному виразі треба зменшити зменшуване на 7 одиниць. Як зміниться при цьому значення різниці?

$$\begin{array}{r} \downarrow 21 - 10 = 11 \downarrow \\ \downarrow -7 \quad \square \downarrow \\ \hline 14 - 10 = \square \end{array}$$

3. Дана різниця:  $16 - 2 = 14$ . Збільште зменшуване на 10 одиниць. Як зміниться при цьому значення різниці?

$$\begin{array}{r} \downarrow 16 - 2 = 14 \downarrow \\ \downarrow +10 \quad \square \downarrow \\ \hline 26 - 2 = \square \end{array}$$

4. Зменшуване — деяке число, від'ємник — число 30. Зменшуване зменшили на 5 одиниць. Як зміниться при цьому значення різниці?

Складіть відповідні вирази.

$$\begin{array}{r} \downarrow \square - 30 = \square \downarrow \\ \downarrow -5 \quad \square \downarrow \\ \hline \square - 30 = \square \end{array}$$

5. Зменшуване — число 500. Від'ємник — деяке число. Коли змінили зменшуване, значення різниці збільшилося на 100 (від'ємник залишили сталим). Як змінили зменшуване?

Складіть відповідний вираз.

$$\begin{array}{r} \downarrow 500 - \square = \square \downarrow \\ \downarrow \square \quad +100 \downarrow \\ \hline \square - \square = \square \end{array}$$

6. Порівняйте дві різниці:

$$\begin{array}{r} \downarrow 10 - 8 = \square \downarrow \\ \downarrow +2 \quad +2 \quad \downarrow \\ \hline 12 - 10 = \square \end{array}$$

2. У наступному прикладі треба зменшити ділене в 7 разів. Як зміниться при цьому значення частки?

$$\begin{array}{r} \downarrow 2100 : 3 = 700 \downarrow \\ \downarrow :7 \quad \square \downarrow \\ \hline 300 : 3 = \square \end{array}$$

3. Дана частка:  $160 : 4 = 40$ . Збільште ділене в 10 разів. Як зміниться при цьому значення частки?

$$\begin{array}{r} \downarrow 160 : 4 = 40 \downarrow \\ \downarrow \cdot 10 \quad \square \downarrow \\ \hline 1600 : 4 = \square \end{array}$$

4. Ділене — деяке число, дільник — число 2. Ділене зменшили в 5 разів. Як зміниться при цьому значення частки?

Складіть відповідні вирази.

$$\begin{array}{r} \downarrow \square : 2 = \square \downarrow \\ \downarrow :5 \quad \square \downarrow \\ \hline \square : 2 = \square \end{array}$$

5. Ділене — число 500. Дільник — деяке число. Коли змінили дільник, частка збільшилася в 3 рази (ділене залишили сталим). Як змінили ділене? Складіть відповідний вираз.

$$\begin{array}{r} \downarrow 500 : \square = \square \downarrow \\ \downarrow \square \quad \cdot 3 \downarrow \\ \hline \square : \square = \square \end{array}$$

6. Порівняйте дві частки:

$$\begin{array}{r} \downarrow 20 : 4 = \square \downarrow \\ \downarrow \cdot 2 \quad \cdot 2 \quad \downarrow \\ \hline 40 : 8 = \square \end{array}$$

Якщо зменшуване і від'ємник збільшити (зменшити) на одне й те саме число, то значення різниці не зміниться.

Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 20 - 4 = \square \quad \downarrow \\ \underline{-3 \quad -3} \\ 17 - 1 = \square \end{array}$$

Поясніть, чому в двох виразах рівні значення різниць.

7. Вставте пропущені числа. Розкажіть відповідні правила.

а) 
$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 300 + 100 = \square \quad \downarrow \\ \underline{+50 \quad -50} \\ 350 + 50 = \square \end{array}$$

б) 
$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 40 \cdot 8 = \square \quad \downarrow \\ \underline{\cdot 2 \quad : 2} \\ 80 \cdot 4 = \square \end{array}$$

Якщо ділене і дільник збільшити (зменшити) в одне й те саме число разів, то значення частки не зміниться.

Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 300 : 6 = \square \quad \downarrow \\ \underline{:3 \quad :3} \\ 100 : 2 = \square \end{array}$$

Поясніть, чому в двох виразах рівні значення часток.

7. Вставте пропущені числа. Розкажіть відповідні правила.

в) 
$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 500 - 100 = \square \quad \downarrow \\ \underline{-50 \quad -50} \\ 450 - 50 = \square \end{array}$$

г) 
$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 3200 : 10 = \square \quad \downarrow \\ \underline{\cdot 2 \quad \cdot 2} \\ 6400 : 20 = \square \end{array}$$

**Зміна значення різниці залежно від зміни від'ємника**

$$20 - 1 = 19$$

Назвіть зменшуване, від'ємник, значення різниці.

Зменшуване залиште без змін, а від'ємник збільште на 2 одиниці:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 20 - 1 = 19 \quad \downarrow \\ \underline{+2 \quad -2} \\ 20 - 3 = 17 \end{array}$$

Порівняйте одержане і попереднє значення різниці. [19 - 17 = 2. Попереднє значення різниці дорівнювало 19, а нове значення різниці дорівнює 17. Значення різниці зменшилося на 2 одиниці.]

Чому так сталося? Що є причиною? [Тому що від'ємник збільшили на 2 одиниці.]

**Зміна значення частки залежно від зміни дільника**

$$200 : 20 = 10$$

Назвіть ділене, дільник, частку.

Ділене залиште без змін, а дільник збільште у 2 рази:

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad 200 : 20 = 10 \quad \downarrow \\ \underline{\cdot 2 \quad : 2} \\ 200 : 40 = 5 \end{array}$$

Порівняйте одержане і попереднє значення часток. [10 : 5 = 2. Значення попередньої частки дорівнювала 10, а значення одержаної частки дорівнює 5. Частка зменшилася в 2 рази.]

Чому так сталося? Що є причиною? [Тому що дільник збільшили у 2 рази.]

<p>Який висновок можна зробити? [Якщо від'ємник збільшити на 2 одиниці, а зменшуване залишити сталим, то значення різниці, навпаки, зменшиться на 2 одиниці.]</p> <p>Ми розглядали дві різниці, причому першу порівнювали із другою. А зараз порівняємо другу різницю з першою.</p> <p>Що сталося з від'ємником? [Віу зменшився на 2 одиниці.]</p> <p>Що сталося зі значенням різниці? [Значення різниці збільшилося на 2 одиниці: <math>17 + 2 = 19</math>.]</p> <p>Що цікаве ви помітили? [Якщо від'ємник зменшити на 2 одиниці, а зменшуване залишити тим самим, то значення різниці, навпаки, збільшиться на 2 одиниці.]</p> <p><i>Висновок:</i> Від'ємник і значення різниці змінюються в протилежних напрямках при сталому зменшуваному.</p>	<p>Який висновок можна зробити? [Якщо дільник збільшити у 2 рази, а ділене залишиться сталим, то значення частки, навпаки, зменшиться у 2 рази.]</p> <p>Ми розглядали дві частки, причому першу порівнювали із другою. А зараз порівняємо другу частку з першою.</p> <p>Що сталося з діленим? [Воно зменшилося у 2 рази.]</p> <p>Що сталося зі значенням частки? [Значення частки збільшилося у 2 рази: <math>10 : 5 = 2</math>.]</p> <p>Що цікаве ви помітили? [Якщо дільник зменшити у 2 рази, а ділене лишити тим самим, то значення частки, навпаки, збільшиться у 2 рази.]</p> <p><i>Висновок:</i> Дільник і значення частка змінюються в протилежних напрямках при сталому діленому.</p>
<p>Якщо від'ємник <u>збільшити</u> <u>зменшити</u> в кілька разів, а зменшуване залишити сталим, то значення різниці, навпаки, <u>збільшиться</u> <u>зменшиться</u> у стільки само разів.</p>	<p>Якщо дільник <u>збільшити</u> <u>зменшити</u> у декілька разів, а ділене залишити без змін, то значення частки, навпаки, <u>збільшиться</u> <u>зменшиться</u> у стільки само разів.</p>
<p>Запишемо ці правила буквами:  <math>a - b = c</math>  <math>a - (b + x) = c - x</math>  <math>a - (b - x) = c + x</math></p> <p>1. Порівняйте вирази. Розкажіть відповідне правило.</p>	<p>Запишемо ці правила буквами:  <math>a : b = c</math>  <math>a : (b \cdot x) = c : x</math>  <math>a : (b : x) = c \cdot x</math></p> <p>1. Порівняйте вирази. Розкажіть відповідне правило.</p>

$$\begin{array}{r} \downarrow 80 - 30 = 50 \downarrow \\ +10 \quad -10 \\ \hline 80 - 40 = 40 \end{array}$$

2. У наступному виразі зменште від'ємник на 2 одиниці. Як зміниться при цьому значення різниці? Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow 32 - 10 = 22 \downarrow \\ -2 \quad \square \\ \hline 32 - 8 = \square \end{array}$$

3. Дана різниця:  $320 - 80 = 240$ . Збільште від'ємник на 30. Як зміниться при цьому значення різниці?

$$\begin{array}{r} \downarrow 320 - 80 = 240 \downarrow \\ +30 \quad \square \\ \hline 320 - 110 = \square \end{array}$$

4. Зменшуване — число 100, від'ємник — деяке число. Від'ємник зменшили на 5 одиниць. Як зміниться при цьому значення різниці? Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow 100 - \square = \square \downarrow \\ -5 \quad \square \\ \hline 100 - \square = \square \end{array}$$

5. Зменшуване — деяке число, від'ємник — 24. Коли змінили від'ємник, значення різниці зменшилося на 3 одиниці (зменшуване залишилося сталим). Як змінили від'ємник? Складіть відповідний вираз.

$$\begin{array}{r} \downarrow \square - 24 = \square \downarrow \\ \square \quad -3 \\ \hline \square - \square = \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \downarrow 180 : 3 = 60 \downarrow \\ \cdot 2 \quad : 2 \\ \hline 180 : 6 = 30 \end{array}$$

2. У наступному прикладі зменште дільник у 2 рази. Як зміниться при цьому значення частки? Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow 32 : 16 = 2 \downarrow \\ : 2 \quad \square \\ \hline 32 : 8 = \square \end{array}$$

3. Дана частка:  $320 : 20 = 16$ . Збільште дільник у 4 рази. Як зміниться при цьому значення частки?

$$\begin{array}{r} \downarrow 320 : 20 = 16 \downarrow \\ \cdot 4 \quad \square \\ \hline 320 : 80 = \square \end{array}$$

4. Ділене — число 200, дільник — деяке число. Дільник зменшили у 5 разів. Як зміниться при цьому значення частки? Напишіть пропущені числа:

$$\begin{array}{r} \downarrow 200 : \square = \square \downarrow \\ : 5 \quad \square \\ \hline 200 : \square = \square \end{array}$$

5. Ділене — деяке число, дільник — 24. Коли змінили дільник, значення частки зменшилася в 3 рази (ділене залишилося без змін). Як змінили дільник? Складіть відповідний вираз.

$$\begin{array}{r} \downarrow \square : 24 = \square \downarrow \\ \square : 3 \\ \hline \square : \square = \square \end{array}$$

<p>6. Знайдіть значення виразів і розкажіть про зміну значення різниці залежно від зміни від'ємника.</p> $\begin{array}{r} 18 - 15 = 3 \\ \downarrow \quad \square \quad \square \quad \downarrow \\ \hline 18 - 7 = 11 \end{array}$	<p>6. Знайдіть значення виразів і розкажіть про зміну значення частки залежно від зміни дільника:</p> $\begin{array}{r} 24 : 3 = 8 \\ \downarrow \quad \square \quad \square \quad \downarrow \\ \hline 24 : 6 = 4 \end{array}$
--	---

Знання про ЗРАДПЗК є теоретичною основою для окремих обчислювальних прийомів: округлення при додаванні й відніманні; множенні на 5, 50, 25 тощо.

Наведемо приклади.

$$24 + 78 = 24 + 80 - 2 = 104 - 2 = 102.$$

Тут ми застосовуємо правило: якщо один із доданків збільшиться на 2, то й значення суми збільшиться на 2. Тому, щоб значення суми не змінилося, треба від одержаного результату відняти 2.

$$56 - 37 = 56 - 40 + 3 = 16 + 3 = 19.$$

Тут застосовуємо таке правило: якщо від'ємник збільшити на 3, то значення різниці, навпаки, зменшиться на 3. Тому, щоб різниця не змінилася, треба до одержаного результату додати 3.

$$36 \cdot 5 = 36 \cdot 10 : 2 = 360 : 2 = 180.$$

Тут застосовуємо правило: якщо один із множників збільшити у 2 рази, то й значення добутку збільшиться у 2 рази. Тому, щоб значення добутку не змінилося, треба одержаний результат поділити на 2.

$$\begin{aligned} \text{Аналогічно: } 36 \cdot 50 &= 36 \cdot 100 : 2 = 3600 : 2 = 1800; \\ 36 \cdot 500 &= 36 \cdot 1000 : 2 = 36\,000 : 2 = 18\,000. \end{aligned}$$

Якщо ділене закінчується нулями, то аналогічно можна виконувати ділення на 5, 50, 500.

$$620 : 5 = 620 : 10 \cdot 2 = 62 \cdot 2 = 124.$$

Тут застосовуємо правило: якщо дільник збільшити у 2 рази, то значення частки, навпаки, зменшиться у 2 рази. Тому, щоб значення частки залишилося незмінним, треба одержаний результат помножити на 2.

$$\begin{aligned} \text{Аналогічно: } 1300 : 50 &= 1300 : 100 \cdot 2 = 13 \cdot 2 = 26; \\ 83\,000 : 500 &= 83\,000 : 1000 \cdot 2 = 83 \cdot 2 = 166. \end{aligned}$$

Але цей прийом можна застосовувати не для всіх випадків, а лише тоді, коли в дільнику є достатня кількість нулів, щоб поділити його на розрядну одиницю.

Так само розглядається множення і ділення на 25, 250:

$$32 \cdot 25 = 32 \cdot 100 : 4 = 3200 : 4 = 800;$$

$$56 \cdot 250 = 56 \cdot 1000 : 4 = 56\,000 : 4 = 12\,000.$$

Тут застосовується правило: якщо один із множників збільшити в 4 рази, то й значення добутку збільшиться в 4 рази. Для того щоб значення добутку не змінилося, треба одержаний результат зменшити в 4 рази.

При діленні на 25, 250 слід мати на увазі, що ділене повинно закінчуватися достатньою кількістю нулів:

$$3100 : 25 = 3100 : 100 \cdot 4 = 31 \cdot 4 = 124;$$

$$76\,000 : 250 = 76\,000 : 1000 \cdot 4 = 76 \cdot 4 = 304.$$

Тут застосовується правило: якщо дільник збільшимо в 4 рази, то значення частки, навпаки, зменшиться в 4 рази. Тому, щоб значення частки не змінилося, треба одержаний результат збільшити в 4 рази.

Отже, на підставі знань про ЗРАДПЗК можна ввести такі прийоми раціонального множення і ділення.

$a \cdot 5 = a \cdot 10 : 2$ $a \cdot 50 = a \cdot 100 : 2$ $a \cdot 500 = a \cdot 1000 : 2$	$a \cdot 25 = a \cdot 100 : 4$ $a \cdot 250 = a \cdot 1000 : 4$ $a \cdot 2500 = a \cdot 10\,000 : 4$	$a \cdot 125 = a \cdot 1000 : 8$ $a \cdot 1250 = a \cdot 10\,000 : 8$
$a : 5 = a : 10 \cdot 2$ $a : 50 = a : 100 \cdot 2$ $a : 500 = a : 1000 \cdot 2$	$a : 25 = a : 100 \cdot 4$ $a : 250 = a : 1000 \cdot 4$ $a : 2500 = a : 10\,000 \cdot 4$	$a : 125 = a : 1000 \cdot 8$ $a : 1250 = a : 10\,000 \cdot 8$