

**Приклад 4\*.** Знайдіть загальний вигляд первісних для функції

$$f(x) = \frac{1}{\sin^2 2x} + \frac{1}{\sqrt{2-x}} - 2\cos 3x.$$

Розв'язання	Коментар
<p>► Запишемо одну з первісних для кожного з доданків.</p> <p>Для функції <math>\frac{1}{\sin^2 2x}</math> первісною є функція <math>-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x</math>.</p> <p>Другий доданок запишемо так:</p> $\frac{1}{\sqrt{2-x}} = (2-x)^{-\frac{1}{2}}.$ <p>Тоді первісною цієї функції буде функція:</p> $\frac{1}{-1} \cdot \frac{(2-x)^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} = -2(2-x)^{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{2-x}.$ <p>Первісною для функції <math>2\cos 3x</math> є функція <math>2 \cdot \frac{1}{3} \sin 3x = \frac{2}{3} \sin 3x</math>. Тоді загальний вигляд первісних для заданої функції є:</p> $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x - 2\sqrt{2-x} - \frac{2}{3} \sin 3x + C. \triangleleft$	<p>Використаємо правила знаходження первісних. Оскільки задана функція є алгебраїчною сумою трьох доданків, то її первісна дорівнює алгебраїчній сумі первісних для доданків (правило 1). Потім урахуємо, що всі функції-доданки є складеними функціями від аргументів виду <math>kx+b</math>. Отже, за правилом 3 ми повинні перед кожною функцією-первісною (від аргумента <math>kx+b</math>), яку ми отримаємо за таблицею первісних, поставити множник <math>\frac{1}{k}</math>.</p> <p>Для кожного з доданків зручно спочатку записати одну з первісних (без сталого доданка <math>C</math>), а потім — загальний вигляд первісних для заданої функції (додати до одержаної функції сталий доданок <math>C</math>).</p> <p>Для третього доданка постійний множник 2 можна поставити перед відповідною первісною (правило 2).</p> <p>Ураховуємо (див. табл. 10 підручника), що первісною для першого доданка виду <math>\frac{1}{\sin^2 t}</math> є функція <math>-\operatorname{ctg} t</math>. Для другого доданка, записаного у вигляді <math>x^\alpha</math>, визначаємо первісну за формулою <math>\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}</math>.</p> <p>Щоб знайти первісну для третього доданка, урахуємо, що первісною для функції <math>\cos x</math> є функція <math>\sin x</math> (звичайно, перетворення другого доданка виконуються на області визначення цієї функції, тобто при <math>2-x &gt; 0</math>).</p>