



Спробуйте самостійно довести формули, пов'язані с арифметичною прогресією:

1) $d = \frac{a_n - a_k}{n - k}$, якщо $n \neq k$ — формула різниці;

2) $a_n = a_k + (n - k)d$ — формула n -го члена;

3) $a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$;

4) $a_n + a_m = a_k + a_p$, якщо $n + m = k + p$.

Доведення

Скористаємось формулою n -го члена арифметичної прогресії.

1) $\frac{a_n - a_k}{n - k} = \frac{a_1 + d(n-1) - (a_1 + d(k-1))}{n - k} = \frac{\cancel{a_1} + dn - \cancel{a_1} - dk + \cancel{d}}{n - k} = \frac{d(n-k)}{n-k} = d$, якщо $n \neq k$;

2) $a_k + (n - k)d = a_1 + d(k-1) + (n - k)d = a_1 + \cancel{dk} - d + nd - \cancel{kd} = a_1 + d(n-1) = a_n$;

3) $\frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2} = \frac{a_1 + d(n-k-1) + a_1 + d(n+k-1)}{2} = \frac{2a_1 + d(n-k-1+n+k-1)}{2} =$
 $= \frac{2a_1 + 2d(n-1)}{2} = a_1 + d(n-1) = a_n$;

4) $a_n + a_m = a_1 + d(n-1) + a_1 + d(m-1) = 2a_1 - 2d + d(n+m)$,

$a_k + a_p = a_1 + d(k-1) + a_1 + d(p-1) = 2a_1 - 2d + d(k+p)$. Отже, якщо $n + m = k + p$, то

$a_n + a_m = a_k + a_p$.